

Научная статья

УДК 004.8:378.147

DOI: 10.24412/2072-9014-2025-474-89-104

ГЕНЕРАТИВНЫЕ МЕТОДЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА КАК ИНСТРУМЕНТ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Наталья Юрьевна Добровольская^{1, а},

Наталья Михайловна Сеидова^{2, b} ✉

^{1, 2} Кубанский государственный университет,
Краснодар, Россия

^а dnu10@mail.ru

^б natalia.seidova@gmail.com

Аннотация. Статья посвящена исследованию эффективности применения генеративных методов искусственного интеллекта (ИИ), в частности подходов Chain-of-Thought (CoT) и Diagram-of-Thought (DoT), для повышения качества обучения математическому анализу в высшей школе. Эффективность подходов оценивалась по трем критериям: скорость усвоения материала, снижение количества ошибок и обратная связь от студентов. Полученные результаты подтверждают перспективность использования генеративных методов ИИ в математическом образовании.

Статья предлагает практические рекомендации по внедрению рассмотренных подходов в учебный процесс и намечает направления для дальнейших исследований в области персонализированного обучения математике.

Ключевые слова: искусственный интеллект в образовании; математический анализ; генеративные промпты; Chain-of-Thought; Diagram-of-Thought; персонализация обучения.

Для цитирования: Добровольская Н. Ю. Генеративные методы искусственного интеллекта как инструмент повышения эффективности обучения математическому анализу / Н. Ю. Добровольская, Н. М. Сеидова // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2025. № 4 (74). С. 89–104. <https://doi.org/10.24412/2072-9014-2025-474-89-104>

Original article

UDC 004.8:378.147

DOI: 10.24412/2072-9014-2025-474-89-104

GENERATIVE ARTIFICIAL INTELLIGENCE METHODS AS A TOOL FOR INCREASING THE EFFICIENCY OF TEACHING MATHEMATICAL ANALYSIS

*Natalia Yu. Dobrovolskaya^{1, a},
Natalia M. Seidova^{2, b} ✉*

^{1, 2} Kuban State University,
Krasnodar, Russia

^a dnu10@mail.ru

^b natalia.seidova@gmail.com

Abstract. The article is devoted to the study of the effectiveness of the use of generative artificial intelligence (AI) methods, in particular, the approaches of Chain-of-Thought (CoT) and Diagram-of-Thought (DoT), to improve the quality of teaching mathematical analysis in higher education. The effectiveness of the approaches was assessed according to three criteria: the speed of learning the material, reducing the number of errors and feedback from students. The results obtained confirm the prospects of using generative AI methods in mathematical education.

The article offers practical recommendations for the implementation of the considered approaches in the educational process and outlines areas for further research in the field of personalized mathematics education.

Keywords: artificial intelligence in education; calculus; generative prompts; Chain-of-Thought; Diagram-of-Thought; learning personalization.

For citation: Dobrovolskaya N. Yu. Generative artificial intelligence methods as a tool for increasing the efficiency of teaching mathematical analysis / N. Yu. Dobrovolskaya, N. M. Seidova // MCU Journal of Informatics and Informatization of Education. 2025. № 4 (74). P. 89–104. <https://doi.org/10.24412/2072-9014-2025-474-89-104>

Введение

Современное высшее образование сталкивается с необходимостью адаптации традиционных методов преподавания к новым технологическим возможностям, особенно в области фундаментальных дисциплин, таких как математический анализ. Несмотря на его ключевую роль в подготовке студентов технических и естественнонаучных специальностей, многие обучающиеся испытывают значительные трудности при освоении абстрактных понятий и формальных доказательств. Классические подходы к изложению материала не всегда учитывают индивидуальные когнитивные особенности восприятия, что приводит к поверхностному пониманию

и формальному усвоению алгоритмов без глубокого осмысления. В этой связи особую актуальность приобретают исследования, направленные на разработку и внедрение методов, способствующих более эффективному усвоению сложных математических концепций.

Одним из перспективных направлений является использование генеративных моделей ИИ, способных предоставлять персонализированные объяснения с учетом уровня подготовки студента. В последние годы значительное внимание уделяется техникам пошагового структурированного рассуждения (Chain-of-Thought, CoT) и визуализированного представления информации (Diagram-of-Thought, DoT), которые демонстрируют высокую эффективность в обучении логически сложным дисциплинам. Однако вопросы оптимального построения соответствующих промптов для математического анализа, а также оценки их педагогической эффективности остаются недостаточно изученными.

Целью данного исследования является разработка и систематизация методов построения учебных промптов на основе генеративных подходов для обучения ключевым разделам математического анализа, а также изучение их влияния на качество усвоения материала студентами первых курсов.

Современные исследования демонстрируют растущую роль цифровых технологий и ИИ в трансформации математического образования [1–12]. Авторы М. Х. Чанкаев, Х. А. Гербеков и М. А. Сурхаев конкретизируют этот процесс, показывая, как специализированные программные продукты типа GeoGebra, Desmos и Mathcad позволяют визуализировать сложные математические концепции — от построения графиков функций до моделирования многомерных пространств. Особое внимание исследователи уделяют интерактивным доскам и виртуальным лабораториям, которые не просто иллюстрируют абстрактные понятия, но и предоставляют учащимся возможность экспериментального исследования математических закономерностей. Однако авторы предупреждают о риске смещения акцентов, когда увлечение цифровыми инструментами подменяет собой развитие фундаментальных математических компетенций [1].

Более детальный анализ возможностей ИИ в математическом образовании представлен в работах А. А. Бабкиной и Н. А. Андрюшечкиной [2]. Исследователи систематизировали современные ИИ-инструменты, выделив три основные категории: системы автоматизированного решения задач (Photomath, Wolfram Alpha), адаптивные обучающие платформы (Khan Academy, ALEKS), интеллектуальные системы проверки работ (Gradescope). Особый интерес представляет анализ эффективности этих систем при работе с различными математическими дисциплинами. Например, в алгебре и математическом анализе ИИ демонстрирует высокую эффективность (до 92 % корректных решений стандартных задач), тогда как в геометрии и топологии показатели значительно ниже и не превышают 65–70 % [3].

Е. В. Гулынина и А. Д. Омарова в [4] углубляют этот анализ, рассматривая психолого-педагогические аспекты интеграции ИИ. Их лонгитюдное исследование ($N = 1200$ студентов) показало, что при правильной методической

организации использование ИИ-ассистентов повышает успеваемость на 15–20 %, но только при условии сохранения традиционных форм работы — доказательства теорем «вручную», решения задач без цифровых подсказок и т. д. Авторы особо подчеркивают необходимость развития «метакогнитивного мониторинга» — способности учащихся критически оценивать решения, предлагаемые ИИ, что становится новой важной компетенцией в цифровую эпоху.

Теоретической основой современных цифровых методик обучения математике служат работы по когнитивной визуализации [5]. Л. И. Краснопахтова и А. И. Танкаян экспериментально доказали, что использование динамических графиков, интерактивных диаграмм и 3D-моделей повышает уровень понимания сложных математических концепций на 30–40 % по сравнению с традиционными методами. Особенно эффективными оказались: анимация преобразований функций, интерактивные доказательства теорем (где студенты могут «протягивать» условия через различные этапы доказательства), а также виртуальные конструкторы для геометрических построений.

Перспективы развития цифрового математического образования исследователи связывают с несколькими направлениями. Во-первых, это разработка «гибридных» интеллектуальных систем, сочетающих символьные вычисления с нейросетевыми технологиями. Во-вторых, создание цифровых двойников математических объектов, позволяющих проводить виртуальные эксперименты. В-третьих, развитие систем аналитики образовательных данных для персонализации обучения. Однако все авторы единодушны в том, что технологические инновации должны не заменять, а усиливать традиционные математические практики, сохраняя фундаментальность математического образования и развивая критическое мышление учащихся.

Таким образом, современные исследования демонстрируют значительный потенциал цифровых технологий в математическом образовании, но подчеркивают необходимость взвешенного, методически обоснованного подхода к их внедрению. Ключевым становится не сам факт использования технологий, а их грамотная интеграция в образовательный процесс с сохранением фундаментальных принципов математического образования.

В современной цифровой педагогике и исследованиях ИИ сформировались три принципиальных подхода к генерации учебных промптов, каждый из которых обладает уникальными дидактическими характеристиками и областью применения. Метод декомпозиции, подробно описанный Б. Е. Стариченко с коллегами [6], основан на последовательном разделении сложных учебных задач на логически связанные этапы. Этот подход особенно эффективен в математическом образовании, где требуется четкое алгоритмическое представление абстрактных понятий. Типичная реализация метода включает три ключевых компонента: формулировку исходной проблемы, последовательность обоснованных шагов решения и промежуточные выводы для закрепления понимания. Как показывают исследования, данный метод демонстрирует высокую универсальность, находя применение как в точных, так и в гуманитарных

науках, однако его эффективность существенно зависит от качества исходной постановки задачи.

Метод визуализации, исследуемый Л. И. Краснопахтовой и А. И. Танкаяном [5], развивает принципы визуализации учебного материала, преобразуя абстрактные понятия в графические формы. В математическом образовании этот подход реализуется через различные формы представления информации: семантические сети для отображения взаимосвязей между понятиями, интерактивные диаграммы в специализированных средах типа GeoGebra, а также формализованные схемы алгоритмов. Практические исследования демонстрируют, что визуальное представление доказательств теорем в форме ориентированных графов, где вершины соответствуют этапам доказательства, а ребра — логическим связям, существенно снижает когнитивную нагрузку и улучшает запоминание материала. Однако эффективность подхода напрямую зависит от соблюдения баланса между детализацией и наглядностью представления информации.

Подход, основанный на примерах, занимает особое место в современной цифровой дидактике, позволяя адаптировать учебный контент на основе ограниченного набора примеров. Как отмечают исследователи, данный метод особенно важен для персонализации обучения, поскольку позволяет создавать шаблоны промптов, учитывающие индивидуальные особенности учащихся [6]. Технологическая реализация этого подхода в нейросетевых инструментах типа ChatGPT требует тщательного отбора обучающих примеров, так как качество генерируемых решений непосредственно зависит от релевантности предоставленных образцов.

Перечисленные три подхода можно соотнести с тремя методами генерации учебных промптов, применяемых в генеративных нейронных сетях: Chain-of-Thought (CoT), Diagram-of-Thought (DoT) и Few-shot Learning соответственно.

Метод Chain-of-Thought основан на пошаговой вербализации рассуждений, что позволяет структурировать логику решения сложных математических задач. Данный подход особенно полезен при объяснении доказательств теорем, анализе применимости различных методов нахождения пределов, вычислении производных и других операциях, требующих последовательного изложения.

Метод Diagram-of-Thought (DoT) предполагает визуализацию логических структур посредством схем, графов и диаграмм, что особенно актуально для дисциплин, опирающихся на пространственное мышление. В таких разделах математики, как топология, теория графов и геометрия, применение DoT позволяет наглядно демонстрировать взаимосвязи между объектами и облегчает понимание абстрактных концепций. Промпты способствуют формированию у студентов навыков графического анализа и интерпретации визуальных данных.

Few-shot Learning базируется на использовании ограниченного набора примеров для обучения решению типовых задач. Этот метод эффективен

при изучении алгоритмических разделов математики, таких как интегрирование, дифференциальные уравнения и алгебраические преобразования. Промпты в рамках подобного подхода позволяют студентам быстро усваивать общие принципы решения задач данного типа.

Сравнительный анализ рассмотренных методов выявляет их комплементарный характер. В то время как CoT обеспечивает глубину и системность объяснений, DoT значительно повышает наглядность учебного материала. Их комбинация, например, в форме пошаговых решений доказательств с параллельной визуализацией, приводит к существенному повышению познавательной эффективности.

Few-shot Learning в этой системе выполняет адаптивную функцию, позволяя тонко настраивать учебные материалы под конкретные образовательные потребности.

Перспективы развития рассмотренных подходов связаны с разработкой комплексных гибридных моделей, интегрирующих их сильные стороны. Особый интерес представляет создание систем, сочетающих визуализированные пошаговые решения с механизмами адаптации к уровню подготовки учащихся. Однако успешная реализация этих перспектив требует решения ряда методологических и технологических задач, включая разработку дисциплинарно-ориентированных шаблонов промптов, создание специализированных ИИ-инструментов и подготовку преподавателей к работе с нейросетевыми системами. Как показывают исследования, именно комплексный подход к внедрению современных методов генерации учебных промптов может обеспечить качественную трансформацию образовательных практик.

Методы исследования

В нашем исследовании рассматривалось применение двух подходов — Chain-of-Thought и Diagram-of-Thought — для повышения качества приобретаемых навыков по математическому анализу.

Преимущества этих подходов с точки зрения использования их при генерации промптов для практических задач по математическому анализу отражены на рисунке 1.

Предлагаемая схематическая модель демонстрирует ключевые преимущества двух методологических подходов. Центральным преимуществом метода CoT является его способность к систематизации логической структуры решения математических задач, что особенно ценно при работе с последовательными вычислениями: нахождение пределов, вычисление производных, интегралов и т. д. Универсальность подхода позволяет применять его к широкому спектру аналитических задач, способствуя развитию строгого математического мышления у обучающихся, что демонстрирует пром프트 1: «Напиши пошаговый разбор ε - δ определения непрерывности функции одной переменной».

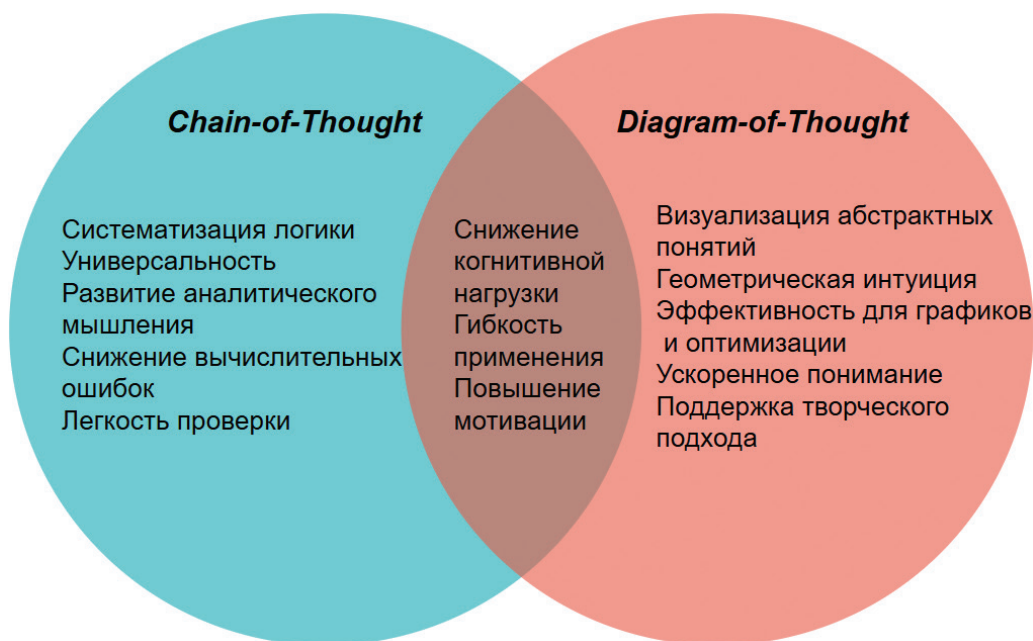


Рис. 1. Сравнительная схема преимуществ подходов Chain-of-Thought и Diagram-of-Thought

Подобные промпты стимулируют студента к детальному анализу математических доказательств и преобразований, способствуя углубленному пониманию материала, структурируя его для лучшего освоения (рис. 2).

Шаг 1. Понимание интуитивного смысла

Функция непрерывна в точке a , если её значения $f(x)$ сколь угодно мало отличаются от $f(a)$ при x , достаточно близких к a .

- ε задаёт допустимую погрешность по оси y (насколько $f(x)$ может отклоняться от $f(a)$).
- δ задаёт окрестность точки a по оси x , в которой выполняется условие $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$.

Шаг 2. Формальная запись определения

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in D_f : \quad |x - a| < \delta \implies |f(x) - f(a)| < \varepsilon.$$

Рис. 2. Фрагмент ответа нейронной сети на промпт 1

Важным аспектом применения метода CoT является его роль в минимизации вычислительных ошибок благодаря четкой алгоритмизации процесса решения поставленной задачи, что отображено на рисунке 3 для промпта 2: «Вычисли $\iint_D (2x - y) \, dx \, dy$ по области D : $y = 2x$, $y = 3 - x$, $y = 0$, расставив пределы интегрирования двумя способами».

Способ 2: Интегрирование сначала по x , затем по y

При фиксированном y в интервале $[0, 2]$:

- Левая граница: $x = \frac{y}{2}$ (от линии $y = 2x$),
- Правая граница: $x = 3 - y$ (от линии $y = -x + 3$).

Интеграл:

$$\iint_D (2x - y) dx dy = \int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^{3-y} (2x - y) dx dy.$$

Рис. 3. Фрагмент ответа нейронной сети на промпт 2

Также данный метод облегчает процедуру проверки работ преподавателем, так как делает ход рассуждений студента более прозрачным и легко отслеживаемым, а также позволяет разобрать допущенные ошибки и сделать рекомендации по их устранению (промпт 3: «Напиши краткий план-рекомендацию для студента с учетом сделанных им ошибок по доказательству “...” теоремы с указанием, на что следует особо обратить внимание»).

Метод DoT является визуально-пространственным. Основное преимущество заключается в способности преобразовывать абстрактные математические концепции в наглядные графические образы, что значительно облегчает понимание сложных тем. Такой подход особенно эффективен при решении задач, требующих геометрической интерпретации: построения графиков функций, анализа их поведения, определения экстремумов и площадей. В качестве примера приведем

промпт 4: «Исследуй на сходимость интеграл $\int_2^{+\infty} \frac{x+1}{x^3+3x^2} dx$ и сделай визуа-

лизацию сходимости данного интеграла». Ответ нейронной сети представлен на рисунке 4.

Кроме того, визуальные подсказки, создаваемые в рамках DoT-подхода, позволяют быстрее постигать суть математических проблем по сравнению с их текстовым описанием. Метод также стимулирует творческое мышление, помогая обнаруживать неочевидные связи между математическими объектами.

К общим дидактическим преимуществам обоих методов относится способность снижать когнитивную нагрузку на студентов за счет декомпозиции сложных задач на управляемые этапы решения. Оба подхода демонстрируют высокую гибкость применения, позволяя адаптировать процесс обучения к индивидуальным особенностям восприятия. Важным общим свойством является их положительное влияние на мотивацию обучающихся, так как процесс решения задач превращается в более интерактивный и осмысленный опыт.

Интеграл сходится и равен:

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{9} \ln\left(\frac{5}{2}\right)$$

Геометрическая интерпретация:

- Подынтегральная функция $f(x) = \frac{x+1}{x^3+3x^2}$ убывает на $[2, \infty)$ и стремится к нулю при $x \rightarrow \infty$.
- Интеграл представляет собой **площадь под кривой** от $x = 2$ до бесконечности.
- Несмотря на бесконечную протяжённость, площадь конечна, так как функция убывает достаточно быстро (примерно как $\frac{1}{x^2}$).

1. Построение графика функции и площади под кривой

Шаг 1: Введите функцию

Откройте [Desmos](#) и введите подынтегральную функцию, например:

text

Copy Download

$f(x) = \frac{1}{x^2}$

Рис. 4. Фрагмент ответа нейронной сети на промпт 4

Результаты исследования

Подытоживая возможности использования генеративных методов ИИ CoT и DoT для повышения эффективности обучения математическому анализу, можно выделить следующие важные моменты для каждого из них.

1. Необходимо четко определять цель. Например, промпт «Разбери доказательство теоремы “...”, выделяя логические шаги и ключевые условия».

2. Следует разбивать задачу на ряд шагов. Промпт: «Вычисли предел функции в точке, объяснив пошагово:

а) почему подстановка дает неопределенность;

б) какие методы применимы (первый замечательный предел, правило Лопиталя и т. д.);

в) почему выбран именно этот метод».

3. Надо добавлять промежуточные вопросы. Промпт: «Найди производную функции и поясни, какая проблема возникает при прямом дифференцировании и как логарифмирование помогает упростить задачу».

4. Следует использовать визуализацию:

а) промпт: «Сделай визуализацию поведения функции около точки разрыва, а именно: построй график с “разрывом” между левой и правой ветвями, выдели точки, где функция не является непрерывной, напиши, как создать

это самостоятельно — например, с использованием инструментов (Python, Desmos)»;

б) промпт: «Сделай визуализацию связи сумм Римана с численными методами вычисления определенного интеграла и напиши, как создать это самостоятельно — например, с использованием инструментов (Python, Desmos)».

5. Нужно избегать расплывчатости задания. Так, промпт: «Объясни теорему “...”», — будет реализован хуже, чем промпт: «Докажи теорему “...”», выделяя роль непрерывности на отрезке, необходимость равенства производной нулю. Приведи пример, где данные условия были нарушены, что повлекло неверный вывод».

Проведенный сравнительный анализ методов показал, что одним из способов повышения скорости усвоения материала является сочетание обоих методов, где DoT-метод отвечает за графическую визуализацию, а CoT-метод — за детализацию вычислительных шагов:

– промпт: «Исследуй ряд “...” на сходимость, используя интегральный признак, и дай геометрическую интерпретацию полученного»;

– промпт: «Вычисли двойной интеграл по области, заданной уравнениями:

$$\begin{aligned}y &= 1 \quad (0 \leq x \leq 2), y = 0 \quad (0 \leq x \leq 1), \\y &= x - 1 \quad (1 \leq x \leq 2), x = 0 \quad (0 \leq y \leq 1)\end{aligned}$$

с подынтегральной функцией $(x + y)$, расставив пределы интегрирования двумя способами. Разбери отличия в сложности этих двух способов графически и аналитически».

В рамках исследования эффективности применения промптов CoT и DoT при обучении математическому анализу использовались три ключевых критерия успешности: скорость усвоения материала, уменьшение количества ошибок в решениях и обратная связь от студентов. Данные критерии были выбраны для комплексной оценки влияния структурированных подсказок на когнитивные процессы обучающихся, а также для определения практической полезности методики в образовательном процессе.

Скорость усвоения материала оценивалась на основе способности студентов быстрее и точнее применять теоретические знания в решении задач после использования промптов. Данный критерий фиксировался путем сравнения времени, затрачиваемого на выполнение типовых заданий до и после внедрения методики, а также посредством анализа прогресса в освоении сложных тем, таких как вычисление пределов, исследование функций и интегрирование. Было отмечено, что студенты, систематически применявшие CoT и DoT, демонстрировали более быстрое понимание алгоритмов решения, что особенно ярко проявилось в задачах, требующих последовательных логических рассуждений или визуального представления данных.

Уменьшение количества ошибок рассматривалось как важный индикатор эффективности промптов, поскольку снижение частоты типичных ошибок свидетельствует о более глубоком усвоении материала и развитии

навыков самоконтроля. Для оценки этого критерия проводился сравнительный анализ работ студентов, выполнявших задания с использованием промптов и без них. Результаты показали, что в группе, применявшей CoT и DoT, количество вычислительных и логических ошибок сократилось на 20–30 %, что подтверждает весомую роль структурированных подсказок в формировании более осознанного подхода к решению задач. Особенно значительное улучшение наблюдалось в заданиях, где требовались построение доказательств или интерпретация геометрических свойств функций, что подчеркивает ценность DoT для предотвращения ошибок, связанных с неверной визуализацией условий.

Обратная связь от студентов играла ключевую роль в субъективной оценке методики, поскольку позволяла учесть индивидуальные предпочтения и когнитивные особенности обучающихся. На основании анкетирования было установлено, что большинство респондентов положительно оценили влияние промптов на процесс обучения, отметив, что CoT помогает систематизировать рассуждения, а DoT облегчает понимание абстрактных концепций. При этом часть студентов указала на необходимость адаптации методов под разные типы задач, что открывает перспективы для дальнейшей разработки специализированных промптов в зависимости от тематики изучаемого материала.

Для определения эффективности использования предложенных промптов на практических занятиях по математическому анализу было проведено анкетирование студентов 1 курса факультета компьютерных технологий и прикладной математики КубГУ. Целью анкетирования являлась оценка влияния структурированных промптов CoT (пошаговое рассуждение) и DoT (визуализация и схемы) на эффективность решения задач по математическому анализу на первом курсе.

Основные задачи включали:

- 1) определение частоты использования CoT и DoT при решении различных типов задач;
- 2) анализ субъективной оценки студентами полезности данных методов;
- 3) выявление типов задач, для которых один из двух подходов наиболее эффективен;
- 4) оценку влияния промптов на снижение количества ошибок и улучшение понимания материала.

В опросе приняли участие 67 студентов направления подготовки «Фундаментальная информатика». Анкета включала вопросы о частоте использования методов, их эффективности в различных задачах, а также вопрос о дополнительных методах обучения.

Анализ данных показал, что CoT применялся значительно чаще, чем DoT. Около 65 % респондентов использовали CoT «часто» или «всегда», тогда как для DoT этот показатель составил 40 %. 25 % опрошенных отметили, что применяли DoT «редко» или «никогда», это может быть связано с меньшей привычкой к визуализации при решении аналитических задач.

Наибольшая эффективность CoT была отмечена в задачах на вычисление пределов (75 % респондентов), дифференцирование (68 %), интегрирование (60 %). В свою очередь, DoT оказался наиболее полезен для построения графиков функций (80 %), геометрической интерпретации задач (70 %), анализа сходимости интегралов и рядов (45 %).

72 % студентов оценили влияние CoT на понимание материала на 4–5 баллов (по 5-балльной шкале). DoT получил 4–5 баллов у 65 % опрошенных, причем его эффективность была выше у студентов с визуальным типом восприятия. 50 % респондентов отметили, что стали допускать меньше ошибок при систематическом использовании промптов.

Распределение предпочтений оказалось следующим: 43 % — CoT, 31 % — DoT, 21 % — оба метода, 5 % — ни один из методов не показался полезным (рис. 5).

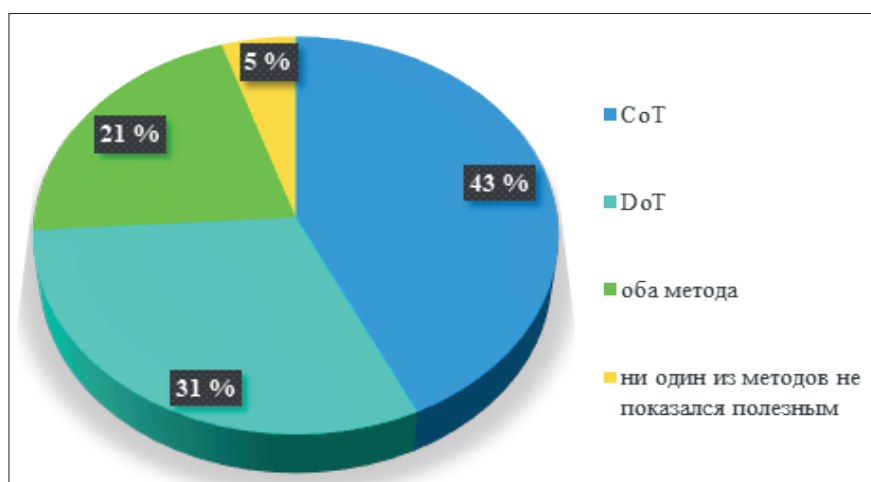


Рис. 5. Распределение предпочтений студентов

Проведенное исследование подтвердило гипотезу о том, что структурированные промпты улучшают понимание и решение задач по математическому анализу. CoT оказался более востребованным в вычислительных задачах, тогда как DoT продемонстрировал высокую эффективность в задачах, требующих визуализации.

Заключение

Проведенное исследование позволило выявить четкие закономерности в эффективности применения различных методов генерации учебных промптов при обучении математическому анализу. Сравнительный анализ полученных результатов демонстрирует дифференцированную полезность рассмотренных подходов в зависимости от типа решаемых учебных задач.

Метод Chain-of-Thought подтвердил свою наибольшую эффективность при работе со сложными текстовыми объяснениями и последовательными вычислениями, что особенно ярко проявилось при изучении тем, связанных с пределами, производными и интегралами. Diagram-of-Thought показал существенные преимущества при решении задач, требующих пространственного представления и визуализации математических объектов. Кроме того, эффективность обучения достигается при адаптивном сочетании разных подходов: совместное использование CoT и Few-shot Learning для алгоритмических заданий или комбинация DoT и CoT для геометрических доказательств. Такое интегрированное применение методов способствует формированию у студентов комплексного математического мышления, сочетающего аналитические и пространственные компоненты.

Перспективным направлением практического применения полученных результатов является разработка автоматизированных систем генерации учебных материалов. Современные технологии ИИ позволяют создавать адаптивные алгоритмы, способные генерировать персонализированные учебные промпты с учетом как специфики математической задачи, так и индивидуальных когнитивных особенностей студентов. Особый интерес представляет возможность автоматического определения оптимального сочетания методов для конкретного типа заданий и уровня подготовки обучающегося.

Полученные результаты имеют практическое применение для организации учебного процесса по фундаментальным математическим дисциплинам в высшей школе. Рекомендуются активное внедрение метода CoT при изучении вычислительных аспектов математического анализа, тогда как DoT следует применять для развития геометрической интуиции и пространственного мышления. Оптимальные результаты достигаются при комбинировании этих подходов, что способствует формированию у студентов целостного понимания математических концепций. Разработанная методика открывает новые возможности для персонализации математического образования и может служить основой для создания интеллектуальных систем поддержки обучения.

Список источников

1. Чанкаев М. Х. Математическое образование в условиях внедрения и развития цифровых технологий / М. Х. Чанкаев, Х. А. Гербеков, М. А. Сурхаев // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2020. № 1 (51). С. 46–52.
2. Бабкина А. А. Применение искусственного интеллекта в математике / А. А. Бабкина, Н. А. Андрюшечкина // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2023. № 11-2 (86). С. 178–181.
3. Бостанова Ф. А. Основные методы применения цифровых технологий на занятиях по алгебре и геометрии / Ф. А. Бостанова, М. И. Мусакаев, А. Х.-М. Голаева // Проблемы современного педагогического образования. 2024. № 84-3. С. 72–74.
4. Гулынина Е. В. Искусственный интеллект и персонализированное обучение: перспективы и вызовы в контексте преподавания математики / Е. В. Гулынина, А. Д. Омарова // Педагогическое образование в России. 2024. № 4. С. 82–92.

5. Краснопахтова Л. И. Визуализация как средство эффективного повышения уровня восприятия информации и обеспечения интенсификации обучения / Л. И. Краснопахтова, А. И. Танкаян // Интерактивная наука. 2018. № 6 (28). С. 34–36.
6. Стариченко Б. Е. Конструирование методов активизации учебной деятельности учащихся при изучении математики с помощью нейросетевых инструментов / Б. Е. Стариченко, П. Г. Безбородова, Е. А. Софрыгина [и др.] // Педагогическое образование в России. 2025. № 2. С. 43–55.
7. Апатова Н. В. Возможности искусственного интеллекта в обучении высшей математике / Н. В. Апатова, А. И. Гапонов, О. Ю. Смирнова // Ученые записки Крымского федерального университета им. В. И. Вернадского. Социология. Педагогика. Психология. 2021. № 2. С. 27–39.
8. Дурдыев А. Г. Использование информационных технологий в математическом образовании / А. Г. Дурдыев, Г. И. Кыясова // Наука и мировоззрение. 2025. Т. 1. № 41. С. 368–374.
9. Kong S. C. A human-centered learning and teaching framework using generative artificial intelligence for self-regulated learning development through domain knowledge learning in K-12 settings / S. C. Kong, Y. Yang // IEEE Transactions on Learning Technologies. 2024. Vol. 17. P. 1588–1599. <https://doi.org/10.1109/TLT.2024.3392830>
10. Lai J. W. Adapting self-regulated learning in an age of generative artificial intelligence chatbots / J. W. Lai // Future Internet. 2024. Vol. 16 (6). P. 218. <https://doi.org/10.3390/fi16060218>
11. Lee H. Y. Empowering ChatGPT with guidance mechanism in blended learning: Effect of self-regulated learning, higher-order thinking skills, and knowledge construction / H. Y. Lee, P. H. Chen, W. S. Wang [et al.] // International Journal of Educational Technology in Higher Education. 2024. Vol. 21 (1). 2024. <https://doi.org/10.1186/s41239-024-00447-4>
12. Suriano R. Student interaction with ChatGPT can promote complex critical thinking skills / R. Suriano, A. Plebe, A. Acciai [et al.] // Learning and Instruction. 2025. Vol. 95. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2024.102011>; URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0959475224001385?via%3Dihub> (дата обращения: 07.08.2025).

References

1. Chankaev M. Kh. Mathematical education in the context of the introduction and development of digital technologies / M. Kh. Chankaev, Kh. A. Gerbekov, M. A. Surkhaev // MCU Journal of Informatics and Informatization of Education. 2020. No. 1 (51). P. 46–52.
2. Babkina A. A. The use of artificial intelligence in mathematics / A. A. Babkina, N. A. Andriushechkina // International Journal of Humanities and Natural Sciences. 2023. No. 11-2 (86). P. 178–181.
3. Bostanova F. A. Basic methods of applying digital technologies in algebra and geometry classes / F. A. Bostanova, M. I. Musakaev, A. Kh.-M. Golaeva // Problems of Modern Pedagogical Education. 2024. No. 84-3. P. 72–74.
4. Gulykina E. V. Artificial intelligence and personalized learning: prospects and challenges in the context of teaching mathematics / E. V. Gulykina, A. D. Omarova // Pedagogical Education in Russia. 2024. No. 4. P. 82–92.
5. Krasnoplakhova L. I. Visualization as a means of effectively increasing the level of information perception and ensuring the intensification of learning / L. I. Krasnoplakhova, A. I. Tankayan // Interactive Science. 2018. No. 6 (28). P. 34–36.

6. Starichenko B. E. Designing methods for activating students' learning activities in the study of mathematics using neural network tools / B. E. Starichenko, P. G. Bezborodova, E. A. Sofrygina [et al.] // *Pedagogical Education in Russia*. 2025. No. 2. P. 43–55.
7. Apatova N. V. Opportunities of artificial intelligence in teaching higher mathematics / N. V. Apatova, A. I. Gaponov, O. Yu. Smirnova // *Scientific Notes of V. I. Vernadsky Crimean Federal University. Sociology. Pedagogy. Psychology*. 2021. No. 2. P. 27–39.
8. Durdyev A. G. The use of information technologies in mathematical education / A. G. Durdyev, G. I. Kyiasova // *Science and Worldview*. 2025. Vol. 1. No. 41. P. 368–374.
9. Kong S. C. A human-centered learning and teaching framework using generative artificial intelligence for self-regulated learning development through domain knowledge learning in K-12 settings / S. C. Kong, Y. Yang // *IEEE Transactions on Learning Technologies*. 2024. Vol. 17. P. 1588–1599. <https://doi.org/10.1109/TLT.2024.3392830>
10. Lai J. W. Adapting self-regulated learning in an age of generative artificial intelligence chatbots / J. W. Lai // *Future Internet*. 2024. Vol. 16 (6). P. 218. <https://doi.org/10.3390/fi16060218>
11. Lee H. Y. Empowering ChatGPT with guidance mechanism in blended learning: Effect of self-regulated learning, higher-order thinking skills, and knowledge construction / H. Y. Lee, P. H. Chen, W. S. Wang [et al.] // *International Journal of Educational Technology in Higher Education*. 2024. Vol. 21 (1). 2024. <https://doi.org/10.1186/s41239-024-00447-4>
12. Suriano R. Student interaction with ChatGPT can promote complex critical thinking skills / R. Suriano, A. Plebe, A. Acciai [et al.] // *Learning and Instruction*. 2025. Vol. 95. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2024.102011>; URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0959475224001385?via%3Dihub> (accessed: 07.08.2025).

Статья поступила в редакцию: 12.08.2025;
одобрена после рецензирования: 22.09.2025;
принята к публикации: 01.10.2025.

The article was submitted: 12.08.2025;
approved after reviewing: 22.09.2025;
accepted for publication: 01.10.2025.

Информация об авторах / Information about the authors:

Наталья Юрьевна Добровольская — кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики, Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия.

Natalia Yu. Dobrovolskaya — Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information Technology, Kuban State University, Krasnodar, Russia.

dnu10@mail.ru

Наталья Михайловна Сеидова — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики, Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия.

Natalia M. Seidova — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics, Kuban State University, Krasnodar, Russia.

natalia.seidova@gmail.com

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interest.