



ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА ПОДДЕРЖКИ ОБУЧЕНИЯ

УДК 378

DOI 10.25688/2072-9014.2021.56.2.06

**В. Р. Майер,
В. В. Абдулкин**

Компьютерная анимация в обучении дифференциальной геометрии студентов — будущих учителей математики

В работе представлен опыт использования анимационных возможностей систем динамической геометрии в условиях дистанционного обучения математике студентов – будущих учителей математики. Обсуждаются особенности применения среды «Живая математика» в курсе педвуза «Дифференциальная геометрия».

Ключевые слова: дифференциальная геометрия; система динамической геометрии; среда «Живая математика»; компьютерная анимация.

В Красноярском государственном педагогическом университете им. В. П. Астафьева учебными планами по направлению подготовки «Педагогическое образование» предусмотрено обучение студентов – будущих учителей математики и информатики циклу математических дисциплин по выбору. Одна из основных целей этих дисциплин — обеспечить развитие у будущего преподавателя достаточно широкого взгляда на математику, вооружить его конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать математику в школе, квалифицированно вести факультативные и элективные курсы.

Дифференциальная геометрия, возникшая как естественное обобщение и развитие рассматриваемой в школе задачи о проведении касательной, предоставляет такую возможность. Один из вариантов ее реализации представлен в учебном пособии [3], где его авторы в популярной форме излагают основные результаты классической дифференциальной геометрии, широко используя для этого векторное исчисление и метод подвижного репера.

Дифференциальная геометрия читается в Красноярском педвузе вот уже более 80 лет. Происходило это в рамках либо курса математического анализа, либо курса геометрии, представлена она была и как отдельная обязательная

дисциплина. Сегодня студенты изучают ее как дисциплину по выбору. Происходящее в последние годы сокращение числа часов, выделяемых на математические дисциплины, не обошло стороной и этот курс. На него оставлена 1 зачетная единица, форма отчетности — зачет, изучение дифференциальной геометрии идет в последнем, десятом семестре. В таких жестких, по сути спартанских, условиях находится изучение дисциплины, при освоении которой студенту сложно обойтись без непосредственного общения с преподавателем, его комментариев и многочисленных рисунков, иллюстрирующих вопросы теории и практики. Уложиться в отведенные учебным планом часы помогают ИТ-технологии, в первую очередь технологии компьютерной анимации и трехмерной графики.

Современный уровень развития информационных технологий позволяет с помощью большинства математических пакетов, систем компьютерной графики и алгебры без особого труда создавать на экране компьютера изображение практически любой пространственной кривой или поверхности. Для этого достаточно воспользоваться внутренним языком программного средства и параметрическими уравнениями исследуемого объекта. Изложение курса дифференциальной геометрии, поддержанное системой компьютерной алгебры Maple, представлено в целом ряде учебных пособий, нами в учебном процессе используется [2].

Сложившаяся во втором полугодии 2019/2020 учебного года в системе образования сложная ситуация, связанная с пандемией, повлекла за собой переход вузов на дистанционное обучение и поставила перед авторами следующую задачу исследования: изучить возможности системы динамической геометрии «Живая математика» как средства обучения курсу дифференциальной геометрии в педвузе. Обоснуем ее актуальность, а также теоретическую и практическую значимость. Во-первых, среда «Живая математика» ориентирована прежде всего на школу, в связи с этим есть потребность подготовить обучающихся к ее использованию в своей будущей профессиональной деятельности. Во-вторых, большинство студентов хорошо знакомы с «Живой математикой» по основному курсу геометрии, многие из них имеют в своем распоряжении это программное средство, что немаловажно в условиях дистанционного обучения. И, наконец, в-третьих, «Живая математика» предоставляет возможность максимально полно реализовать общедидактический принцип наглядности, позволяя обучающимся самостоятельно создавать анимационные чертежи, не привлекая для этого языки программирования. Научная новизна исследования подтверждается отсутствием публикаций, посвященных использованию среды «Живая математика» при дистанционном обучении дифференциальной геометрии.

При изучении дифференциальной геометрии в педвузах традиционно большое внимание уделяется решению задач, связанных с исследованием линий и поверхностей. Такую направленность мы сохранили и в условиях дистанционного обучения. Каждый студент через электронную информационно-образовательную

среду вуза получил два индивидуальных задания, в которых требовалось выяснить, как устроена в окрестности некоторой точки линия или поверхность, определить тип этой точки, найти необходимые числовые характеристики. Для изображения объектов и проведения требуемых вычислений студентам была предоставлена среда «Живая математика» и даны соответствующие методические рекомендации.

Рассмотрим особенности построения в среде «Живая математика» модели пространственной кривой с трехгранником Френе и вычисления требуемых данных в соответствии с первым индивидуальным заданием. В основном курсе геометрии в теме «Методы изображений» студенты создавали в среде «Живая математика» собственный инструмент пользователя «Подвижный 3D-репер». При обращении к этому инструменту на экране появляется ортогональная проекция репера, положение которого регулируется с помощью одного из следующих типов анимации: ручной, кнопочной или ползунковой [1, с. 16–17].

После изображения подвижной системы координат пространства переменной t вектор-функции $\vec{r}(t)$, задающей некоторое семейство кривых и зависящей от параметров a и b , присваивается числовое значение, соответствующее точке M кривой. Параметрам a и b также присваиваются значения, соответствующие конкретной кривой семейства. Для выбранных значений параметров с помощью вычислительных возможностей среды «Живая математика» подсчитываются декартовы координаты точки M .

Используя собственный инструмент «Точка в пространстве по ее координатам», который обучающиеся создавали ранее при изучении темы «Аксонометрия», строится изображение этой точки. Для полноты чертежа изображается проекция точки M на плоскость xOy . Чтобы построить фрагмент кривой в некоторой окрестности M , достаточно подсветить параметр t и точку M и обратиться в меню «Построения» к команде «Геометрическое место», задав границы изменения переменной t . Аналогично строится проекция кривой на плоскость xOy .

Поскольку «Живая математика» сама ничего не делает, то обучающиеся теперь должны самостоятельно найти все необходимые производные вектор-функции $\vec{r}(t)$ по переменной t . Далее, применяя созданные при изучении темы «Векторы в пространстве» собственные инструменты «Векторное произведение векторов» и «Откладывание вектора от точки», требуется построить репер Френе, вывести на экран уравнения ребер и граней трехгранника, а также кривизны и кручения в точке M .

Рассмотрим теперь особенности построения в среде «Живая математика» модели поверхности с изображением касательной плоскости и вектора нормали, а также вычисления требуемых данных в некоторой точке M в соответствии со вторым заданием. Как и в случае с линиями, рассмотрим целое семейство поверхностей, для этого будем считать, что вектор-функция $\vec{r}(u, v)$ скалярных переменных u и v зависит еще от числовых параметров, например a и b .

Изображение каждой поверхности будем представлять в виде семейства ее u - и v -линий. В связи с этим будем использовать приемы построения линий, описанные выше.

Как и в случае с линией, построение поверхности начинается с изображения подвижного пространственного репера $R = \{O, E_1, E_2, E_3\}$. Затем параметрам a, b и переменным u, v присваиваются конкретные числовые значения, последние два из которых являются криволинейными координатами точки M . Далее вычисляются декартовы координаты точки M , строятся изображение этой точки и изображение ее проекции на плоскость xOy . Подсветив точку M и параметр u , строится изображение u -линии, затем, подсветив M и v , — v -линии. Как и в случае с линиями, для полноты изображения строятся проекции u - и v -линий на плоскость xOy (на рисунке 1 они изображены двумя пунктирными прямыми, параллельными осям абсцисс и ординат).

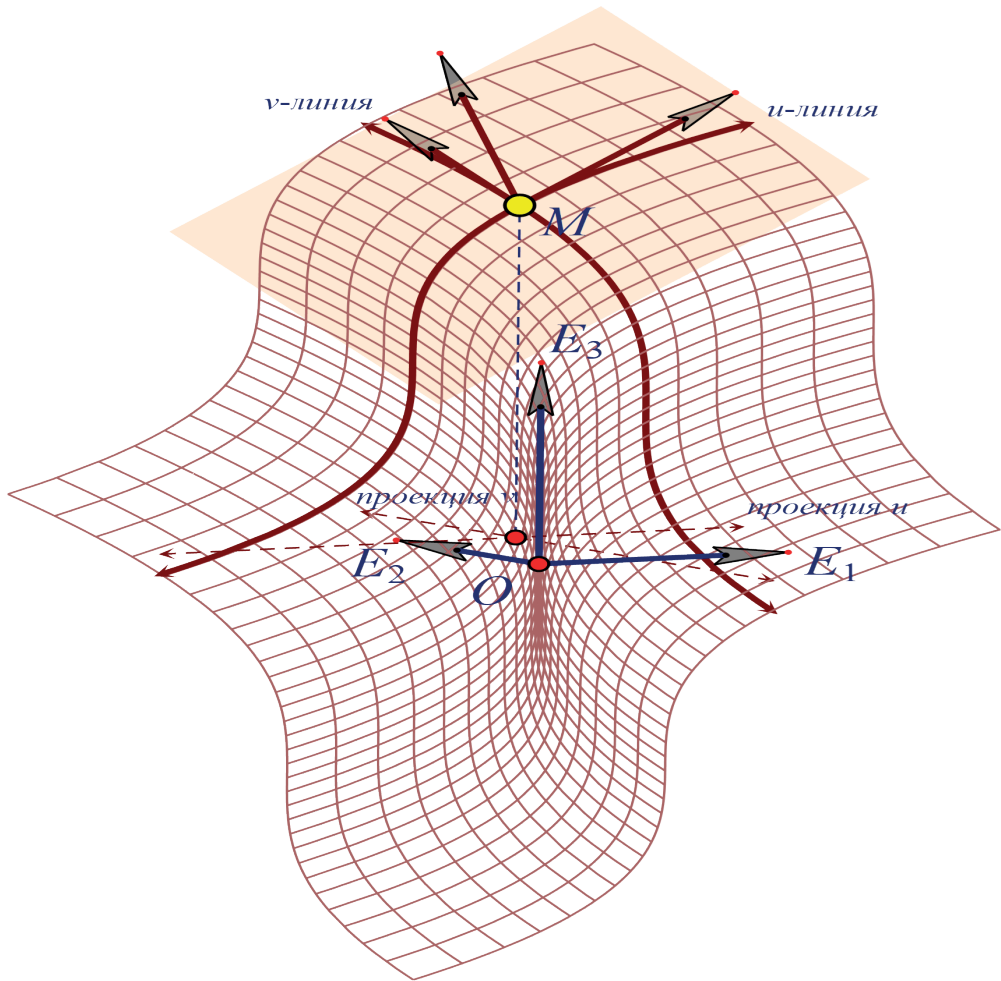


Рис. 1. Поверхность $x = au^3, y = bv^3, z = au + bv$; ее касательная плоскость и вектор нормали в точке M

Чтобы построить не только одну u -линию, но и конкретное число k других u -линий на поверхности, достаточно подсветить построенную u -линию и параметр v и воспользоваться командой «Геометрическое место», задав границы изменения переменной v . Число k выбирается пользователем при обращении к свойствам этой команды (на рисунке 1 $k = 31$, $a = b = 1$). Аналогично строятся изображения v -линий.

Для построения изображения касательной плоскости и нормали и вычисления числовых характеристик вручную находятся необходимые для этого частные производные вектор-функции $\vec{r}(u, v)$, используются формулы, выводы которых приведены в учебном пособии [2], применяются построения, аналогичные построениям первого задания

Подводя итог, отметим, что студенты, усвоившие методику использования среды «Живая математика» в процессе изучения дифференциальной геометрии, оказались вполне подготовленными к успешному применению этой среды в школе при обучении как основному курсу геометрии, так и элективным и факультативным курсам.

Литература

1. Компьютерная анимация в обучении математике в педагогическом вузе: монография / В. В. Абдулкин [и др.]. Красноярск: КГПУ им. В. П. Астафьева, 2019. 164 с.
2. Майер В. Р., Абдулкин В. В., Апакина Т. В. Двенадцать лекций по дифференциальной геометрии: учеб. пособие. Красноярск: КГПУ им. В. П. Астафьева, 2014. 516 с.
3. Щербakov P. H., Пичурин Л. Ф. Дифференциалы помогают геометрии: книга для внеклассного чтения. IX–X классы. М.: Просвещение, 1982. 192 с.

Literatura

1. Komp`yuternaya animaciya v obuchenii matematike v pedagogicheskom vuze: monografiya / V. V. Abdulkin [i dr.]. Krasnoyarsk: KGPU im. V. P. Astaf`eva, 2019. 164 s.
2. Majer V. R., Abdulkin V. V., Apakina T. V. Dvenadcat` lekcij po differencial`noj geometrii: ucheb. posobie. Krasnoyarsk: KGPU im. V. P. Astaf`eva, 2014. 516 s.
3. Shherbakov R. N., Pichurin L. F. Differencialy` pomagayut geometrii: kniga dlya vneklassnogo chteniya. IX–X klassy`. M.: Prosveshhenie, 1982. 192 s.

V. R. Mayer,
V. V. Abdulkin

Computer Animation in Teaching Differential Geometry to Students-Future Teachers of Mathematics

The paper presents the experience of using the animation capabilities of dynamic geometry systems in the conditions of distance learning in mathematics for students-future teachers of mathematics. The article discusses the features of using the Live mathematics software in the differential geometry course of the pedagogical university.

Keywords: differential geometry; dynamic geometry system; software the Live mathematics; computer animation.