

А.И. Азевич

Элективные курсы о фракталах и формирование мировоззрения школьников

В статье излагаются методические аспекты использования прикладных программ и сервисов в процессе обучения школьников основам фракталов на элективных курсах.

Ключевые слова: фракталы; прикладные программы; сервисы сети Интернет; генераторы фракталов; мировоззрение.

Информатизация образования — прогрессивное и всеобъемлющее общественное явление. Глубоко проникнув в разные сферы человеческой деятельности, она открывает каждому специалисту — учителю, ученому или управленцу системы образования уникальные возможности для решения практических задач. Оптимизация деятельности, широкая наглядность, оперативность обработки учебно-методической информации, мониторинг качества знаний — неотъемлемые черты современного образовательного процесса. Но, несмотря на многочисленные источники научных знаний и богатейший арсенал инструментов для их передачи, формированию мировоззрения растущей личности большинством педагогов, по нашему мнению, уделяется недостаточное внимание.

Решение локальных педагогических задач, главной из которых является подготовка к текущему и итоговому контролю, порой не оставляет времени для решения другой, возможно более важной задачи — раскрытию перед учениками целостной и гармоничной картины мира, в котором живет и развивается современный человек.

В последнее время сформировалось целое поколение педагогов с узкоспециальной позицией, мыслящее конкретными практическими категориями, далекими от мировоззренческих сфер. Стоит ли этому удивляться: педагог и его ученики поставлены в жесткие рамки учебных курсов, переводных и выпускных экзаменов. С одной стороны — это вынужденная необходимость. С другой, несмотря на объективность существующей практики, у творческого учителя сохраняется потребность в стремлении выйти за рамки общеобразовательной программы,

наполнив ее новыми материалами и инструментами для их реализации. Чтобы понять, о чем идет речь, приведем конкретные примеры, относящиеся к образовательной области «математика».

Цели обучения математике в школе включают в себя формирование у учеников вычислительных навыков, геометрических представлений, развитие логической и функциональной культуры и т. д. Нет, конечно, в любом образовательном учреждении декларируется и более высокая цель: формирование представлений о математике как методе познания действительности. Правда, в обширном содержательном списке курса математики стороной стоят прикладные, культурологические и исторические сведения как средства формирования мировоззрения школьников. Но их можно найти в различных источниках, в том числе и в Интернете.

Помимо традиционных материалов, относящихся к истории математики, учителю следует искать и другие. Далеко не каждому педагогу известно о такой стремительно развивающейся и интереснейшей области современной математики, как фракталы. Трансформированная на школьную почву, она могла бы сыграть огромную роль в формировании у учеников целостного и гармоничного мироощущения. И экзамены тут — не помеха. Новые знания, открытые в ходе научных исследований, — это напряженная мыслительная работа! Но часто ли на уроках демонстрируются соответствующие показательные примеры? Всегда ли рассказывается об исторических личностях и великих ученых, о столкновении идей и мнений, о поисках и сомнениях, о горизонтах современной науки, о новых открытиях, которые изменили представления об окружающем мире? Что же для этого нужно? Прежде всего — стремление к профессиональному совершенствованию, формирование собственной учебно-методической базы, накопление инструментов приобретения новых знаний.

Материалов о фракталах — превеликое множество. Правда, многие статьи и книги, посвященные этим самоподобным структурам, трудны для восприятия, а тем более для понимания. Поэтому педагогу стоит немало потрудиться, чтобы найти подходящие сведения, которые могли быть доступны и интересны школьникам.

Остановимся на изучении инструментов, необходимых для проведения элективных курсов, посвященных фракталам, в частности — прикладных программах и сервисах. Начнем с простейшего генератора, расположенного в Интернете по адресу URL: <http://illuminations.nctm.org>. Приложение выглядит понятно, несмотря на англоязычный интерфейс (см. рис. 1).

Такой генератор незаменим при объяснении понятия геометрического фрактала. Сервис наглядно и последовательно демонстрирует, как генерируется фрактал. Выбираем один из четырех рисунков, помещенных в верхней части рабочего окна. Пусть это будет снежинка Коха. Дальше выполняем последовательные шаги, начиная с изображения правильного треугольника — нулевой шаг. В ходе постепенной генерации объясняем, как строится снежинка Коха — классическое самоподобное множество.

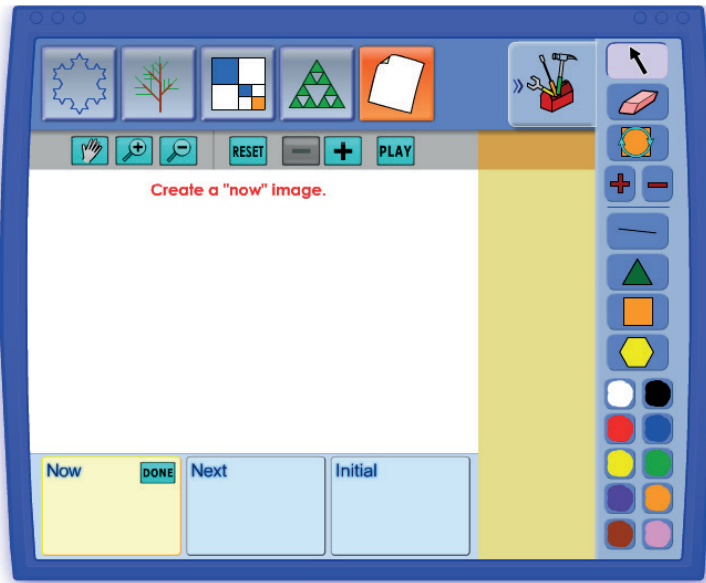


Рис. 1. Сервис для построения классических фракталов

Данный сервис будет полезен в школьном курсе математики. Например, при прохождении темы «Подобие фигур» в 9-м классе. Введя основные понятия, следует расширить представления учеников о подобии как характерном свойстве некоторых фигур. И здесь весьма уместен рассказ о геометрических фракталах — сложных самоподобных структурах, которые играют важную роль в объяснении многих природных явлений. Названный сервис — не единственный в Интернете.

Не менее интересен другой генератор (URL: <http://sciencevsmagic.net/fractal/>). С его помощью можно не только воочию наблюдать цепочку построений, но и показывать динамическую анимацию, в результате которой образуется красивая и совершенная геометрическая фигура (рис. 2).

В случае если у учителя возникнет необходимость в более серьезном разговоре о фракталах, стоит воспользоваться сервисом URL: <http://www.easyfractalgenerator.com/mandelbrot-set-generator.aspx>. Он строит множество Мандельброта — классический фрактал, генерируемый последовательными итерациями на комплексной плоскости, отвечающими формуле $Z_{n+1} = Z_n^2 + c$ (рис. 3).

Множество Мандельброта — один из самых известных фракталов. Его фрагменты не строго подобны исходному множеству, но при многократном увеличении определенные части все больше и больше похожи друг на друга. Итерационная последовательность для каждого значения c выглядит так:

$$c = x + iy,$$

$$Z_0 = 0,$$

$$Z_1 = Z_0^2 + c,$$

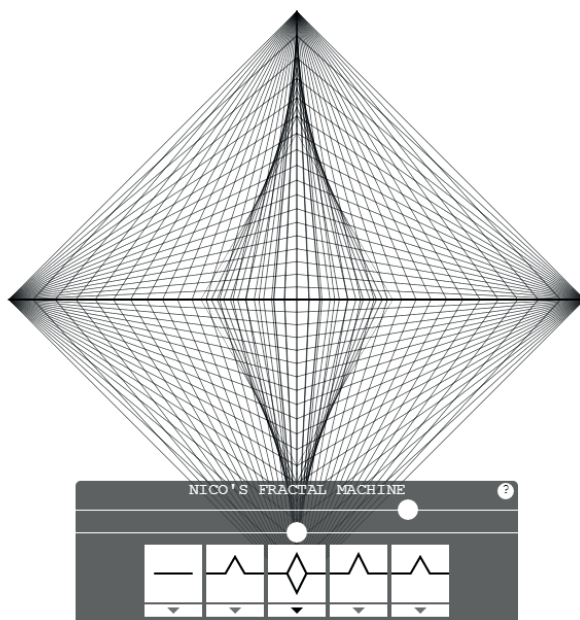


Рис. 2. Фрагмент процесса динамической анимации фрактала

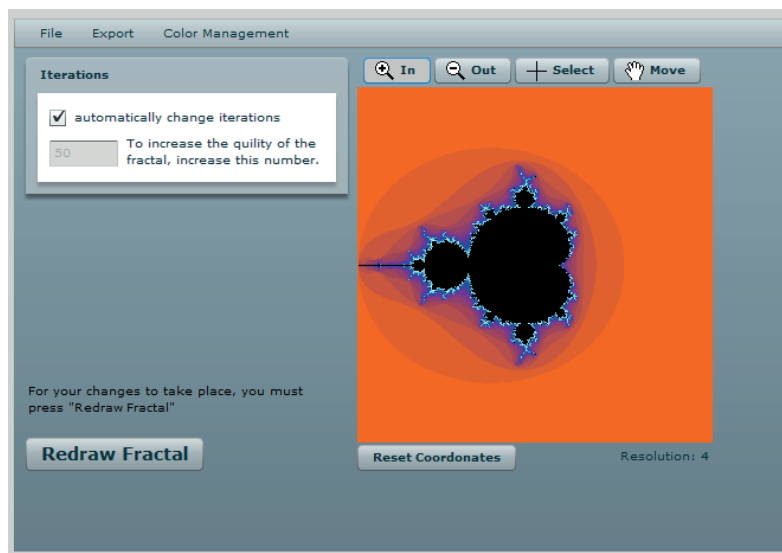


Рис. 3. Генератор множества Мандельброта

$$c = x + iy,$$

$$Z_2 = Z_1^2 + c,$$

$$Z_2 = (x + iy)^2 + x + iy,$$

$$Z_2 = x^2 + 2xiy - y^2 + x + iy,$$

$$Z_2 = x^2 - y^2 + x + (2xy + y)i,$$

$$Z_3 = Z_2^2 + c = \dots$$

и так далее.

Помимо «фрактальных» сервисов есть немало прикладных программ, которые строят самоподобные множества. Перечислим некоторые из них. Начнем с *Fractal Explorer*. Это довольно простая программа. Разобраться с ней несложно. Несомненные достоинства: удобный интерфейс, большое число функций, легкая установка. Она генерирует красивейшие фракталы.

Рассмотрим еще одну программу, «рисующую» яркие графические картины. Это *Mandelbulb3D*. Она строит 3D-фракталы. Программа включает большое количество готовых формул, каждая из которых соответствует определенному множеству. Это так называемые *3D-фракталы* или *Мандельбульбы*. Их открыли математики *Даниэль Уайт (Daniel White)* и *Поль Ниландер (Paul Nylander)*. В ходе исследования ученые использовали гиперкомплексную алгебру, основанную на сферической системе координат. Данная алгебра оперирует трехэлементными числами, соответствующими координатам точки в трехмерном пространстве. Для чисел вида $\langle x, y, z \rangle$ определены операции возведения в степень и поэлементного сложения:

$$\langle x, y, z \rangle^n = r^n \langle \cos(n\theta) \cos(n\varphi) \sin(n\theta) \cos(n\varphi) \sin(n\varphi) \rangle,$$

$$\text{где } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \quad \varphi = \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right).$$

С помощью этих двух операций можно построить трехмерный аналог множества Мандельброта, воспользовавшись приведенной выше формулой $z_{n+1} = z_n^2 + c$. Трехмерная точка $z_0 = \langle c_x, c_y, c_z \rangle$ принадлежит множеству $z_{n+1} = z_n^2 + c$, если процесс для $z_0 = \langle 0, 0, 0 \rangle$ остается ограниченным (не «улетает» в бесконечность). При реализации названного множества следует обратить внимание, что для вычисления $\arctan\left(\frac{a}{b}\right)$ необходимо использовать двухаргументную функцию $\text{atan2}(a, b)$, которая есть практически в любом распространенном языке программирования. Ниже приведен рисунок 4 мандельбульбы 8-го порядка при 5 итерациях.

Выясним, какие элементы содержания стоит включить в элективные курсы, посвященные фракталам. Комплексные числа, как известно, служат эффективным средством демонстрации межпредметных связей между различными разделами математики и физики. С помощью комплексных чисел объясняется течение воды, полеты самолетов и движение ракет. Применяются они при вычерчивании географических карт. Используются комплексные числа для изучения явлений в атомах и атомных ядрах. В связи с этим в процессе преподавания элективных курсов по фракталам целесообразно излагать основные понятия, формулы и теоремы, относящиеся к этой области математики.

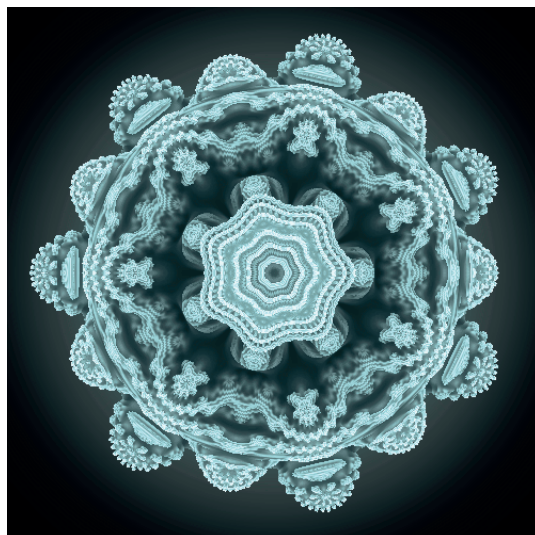


Рис. 4. Мандельбульба. 3D фрактал 8-порядка

Широкое использование комплексных чисел в математике и физике, с одной стороны, помогает понять математическую природу этих чисел, с другой, демонстрирует их широкое прикладное значение. Изучение комплексных чисел на факультативных занятиях повышает у учеников профильных классов уровень математической подготовки, обогащает знаниями, необходимыми как для изучения смежных дисциплин, так и для последующей учебы в вузе, а также развивает мировоззрение и расширяет научный кругозор.

Параллельно необходимо рассказать о прикладном значении фракталов. Они находят применение в различных областях, в том числе в компьютерном дизайне и разработке алгоритмов сжатия информации. Фракталы используются при анализе и классификации сигналов сложной формы, в физике твердого тела, в динамике активных сред.

При подготовке курсов по выбору необходимо учитывать, что темпы развития современной науки настолько высоки, что разрыв между ее достижениями и содержанием курса школьной математики огромен, более того, он постоянно увеличивается.

Традиционный курс школьной математики построен на основе классических разделов, сформировавшихся в основном до XX века. Изучая школьную программу, ученики не имеют возможности познакомиться с современными математическими теориями и их обширными приложениями.

Большая часть современных исследований, фракталы — не исключение, в той или иной мере связана с использованием различных компьютерных программ. Это в свою очередь есть дополнительный стимул для школьников, которые осознают необходимость высокого уровня владения компьютером для успешного обучения, проведения научных исследований, применения

информационных ресурсов и технологий на практике и, конечно, для получения увлекательной и престижной работы.

Факультативные курсы о фракталах интересны и поучительны сами по себе. Они позволяют строить процесс преподавания в творческой, интерактивной и даже занимательной форме. Исследовательские проекты, виртуальные экскурсии, прикладные задачи, изучение программ и сервисов сети Интернет — как многообразны средства реализации богатейшего содержания, связанного с фракталами. А ведь именно в ходе осмысленной, напряженной и творческой деятельности происходит формирования мировоззрения современного ученика, которому открыт богатейший мир разнообразных знаний!

Литература

1. *Азевич А.И.* Фракталы: геометрия и искусство // Математика в школе. М.: Школа-пресс. 2005. № 4. С. 76–78.
2. *Азевич А.И.* Симфония фракталов // Информатика. М.: Издательский дом «1сентября». 2008. № 22–23. С. 12–15.
3. *Азевич А.И.* Фракталы в школе: с чего начать? // Обучение фрактальной геометрии и информатике в вузе и школе в свете идей академика А.Н. Колмогорова: мат-лы Междунар. научно-практ. конфер. (г. Кострома, 7–9 декабря 2011 г.). Кострома: АИО, 2011. С. 23–24.
4. *Азевич А.И.* Математический софт: многофункциональность и полидидактичность // Проблемы преподавания математики в школе и вузе в условиях реализации новых образовательных стандартов: мат-лы XXXI Всероссийского научного семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов. Тобольск: ТГСПА, 2012. С. 90–92.
5. *Азевич А.И.* Блуждающий кот Жюлия // Информатика. М.: Издательский дом «1сентября», 2012. № 10. С. 12–15.
6. *Гоза Н.И.* Структура и содержание факультативного курса «Динамические системы и фракталы» // Успехи современного естествознания. 2007. № 11. С. 63–66. URL: http://www.rae.ru/use/?section=content&op=show_article&article_id=7778503.
7. *Смирнова И.А.* Факультативный курс «Приложения комплексных чисел» // Сайт Издательского дома «1 сентября». URL: <http://festival.1september.ru/articles/416779/>.

Literatura

1. *Azevich A.I.* Fraktaly': geometriya i iskusstvo // Matematika v shkole. M.: Shkola-press. 2005. № 4. S. 76–78.
2. *Azevich A.I.* Simfoniya fraktalov // Informatika. M.: Izdatel'skij dom «1sentyabrya». 2008. № 22–23. S. 12–15.
3. *Azevich A.I.* Fraktaly' v shkole: s chego nachat'? // Obuchenie fraktal'noj geometrii i informatike v vuze i shkole v svete idej akademika A.N. Kolmogorova: mat-ly' Mezhdunar. nauchno-prakt. konfer. (g. Kostroma, 7–9 dekabrya 2011 g.). Kostroma: AIO, 2011. S. 23–24.
4. *Azevich A.I.* Matematicheskij soft: mnogofunkcional'nost' i polididaktichnost' // Problemy' prepodavaniya matematiki v shkole i vuze v usloviyax realizacii novy'x obrazovatel'ny'x standartov: mat-ly' XXXI Vserossijskogo nauchnogo seminaru prepodavatelej matematiki universitetov i pedagogicheskix vuzov. Tobol'sk: TGSPA, 2012. S. 90–92.

5. *Azevich A.I.* Bluzhdayushhij kot Zhyulia // Informatika. M.: Izdatel'skij dom «Isentyabrya», 2012. № 10. S. 12–15.

6. *Goza N.I.* Struktura i sodержanie fakul'tativnogo kursa «Dinamicheskie sistemy i fraktaly'» // Uspexi sovremennogo estestvoznaniya. 2007. № 11. S. 63–66. URL: http://www.rae.ru/use/?section=content&op=show_article&article_id=7778503.

7. *Smirnova I.A.* Fakul'tativny'j kurs «Prilozheniya kompleksny'x chisel» // Sajt Izdatel'skogo doma «Isentyabrya». URL: <http://festival.1september.ru/articles/416779/>.

A.I. Azevich

Elective Courses on Fractals and the Formation of World Outlook of Schoolchildren

The article expounds the methodical aspects of the use of applied programs and services in the process of teaching students the basics of fractals on elective courses.

Keywords: fractals; applied programs; Internet services; generators of fractals; world outlook.