В.С. Корнилов

Формирование фундаментальных знаний будущих учителей информатики и математики по функциональному анализу при обучении обратным задачам математической физики

В статье обращается внимание на роль обучения будущих учителей информатики и математики обратным задачам математической физики в формировании фундаментальных знаний в области функционального анализа. Приводится пример постановки учебной обратной задачи математической физики. Формулируются теоремы локальной разрешимости обратной задачи. Делаются выводы о полученных знаниях будущих учителей информатики и математики в процессе такого обучения.

Ключевые слова: обучение обратным задачам математической физики; функциональный анализ; прикладная математика; учителя информатики и математики.

В процессе обучения будущие учителя информатики и математики осваивают различные математические дисциплины, такие как математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики и другие математические дисциплины, в том числе одну из важных и трудных математических тем — элементы функционального анализа. Функциональный анализ сформировался в начале XX века в результате обобщения различных понятий и методов математического анализа, алгебры и геометрии, является одним из важных разделов современной математики и в настоящее время находит обширные применения во многих областях естествознания, в том числе — в математической физике. Фундаментальное значение в функциональном анализе отводится понятию оператора — обобщению понятия функции. Исследование общей теории операторов и является основным содержанием функционального анализа. Существенный вклад в создание и развитие функционального анализа внесли исследования П.С. Александрова, С. Банаха, О.В. Бесова, С. Бохнера, И.М. Гельфанда, Д. Гильберта, К. Т.В. Вейерштрасса, К. Иосиды, Л.В. Канторовича, А.Н. Колмогорова, С.В. Ковалевской, Ж.Л. Лагранжа, Н.Н. Лузина, Л.А. Люстерника, Ф. Риса, В.И. Смирнова, С.Л. Соболева, Л. Хёрмандера, Л. Шварца, Г.Е. Шилова и других ученых [2; 4; 6; 7; 17–19; 23].

В процессе обучения элементам функционального анализа будущие учителя информатики и математики знакомятся с конечномерными и бесконечномерными эвклидовыми пространствами, метрическими, нормированными, гильбертовыми, банаховыми пространствами, непрерывными операторами в метрических пространствах, линейными операторами, линейными функционалами, принципом сжатых отображений и другими элементами функционального анализа. Знакомятся с такими определениями и понятиями, как обобщенная функция, обобщенная производная, норма обобщенной функции, регуляризация обобщенной функции, обобщенное решение дифференциального уравнения, неподвижная точка, компактность, сходимость и другими понятиями и определениями элементов функционального анализа. Учатся производить оценки производных от обобщенных функций в различных нормах функциональных пространств, применять метод последовательных приближений и др.

Как известно, одним из эффективных методов исследования окружающего мира является моделирование процессов и явлений при помощи математических моделей. Как правило, такие математические модели используют уравнения математической физики. С практической точки зрения здесь большой интерес представляют обратные задачи математической физики, теория которых является одной из современных областей прикладной математики. Обратные задачи математической физики с философской точки зрения — задачи определения неизвестных причин по известным следствиям, и поиски их решения обладают большим познавательным потенциалом.

Фундаментальный вклад в развитие теории обратных задач математической физики внесли исследования А.С. Алексеева, А.В. Баева, А.Л. Бухгейма, А.В. Гончарского, В.В. Васина, А.О. Ватульяна, С.И. Кабанихина, М.Г. Крейна, М.М. Лаврентьева, А.И. Прилепко, В.Г. Романова, А.Н. Тихонова, В.Г. Яхно и других ученых [3; 5; 8; 10; 13; 20–22; 24].

В настоящее время в некоторых российских вузах, в том числе и в педвузах, для студентов естественнонаучных направлений подготовки, для будущих учителей информатики и математики преподаются курсы по выбору, посвященные обратным задачам математической физики. В зависимости от профессиональной направленности подготовки таких студентов [1] формируется содержание этих курсов. В ходе обучения студентами изучаются обратные задачи определения коэффициентов или неоднородных частей уравнения математической физики, определение граничных условий математической модели обратной задачи и другие обратные задачи математической физики. Подобные обратные задачи могут рассматриваться для различных уравнений математической физики, среди которых гиперболические, параболические, эллиптические, квазилинейные, смешанные и другие уравнения математической физики. Искомые функции могут зависеть как от одной, так и от многих переменных и могут принадлежать различным функциональным пространствам. В зависимости от рассматриваемых математических и геофизических моделей, подобные обратные задачи могут быть одномерными или многомерными, все они обладают своими математическими особенностями и являются, как правило, некорректными.

Отмеченные обстоятельства в значительной степени определяют выбор методов нахождения решения и доказательства корректности (условной корректности) обратной задачи математической физики. В процессе исследования обратных задач математической физики широко применяется математический и функциональный анализ, алгебра и геометрия, методы интегральных уравнений, методы дифференциального исчисления, методы математической физики, оптимизационные методы, численные методы и другие методы прикладной и вычислительной математики. Очевидно, что наличие у студентов базовых знаний в вышеотмеченных предметных областях в значительной степени определит эффективность обучения обратным задачам математической физики.

Следует отметить, что в процессе такого обучения будущие учителя информатики и математики не только осваивают математические методы и приобретают навыки их применения при исследовании обратных задач математической физики, но и формируют фундаментальные знания по различным предметным областям, в том числе — по функциональному анализу.

Приведем практический пример и сформулируем постановку многомерной обратной задачи для гиперболического уравнения, которая входит в содержание обучения обратным задачам математической физики [8–10]. Но прежде приведем два определения, выпишем оценки обобщенных производных D^α от обобщенной функции $\varphi(x)$, $x \in R^n$ в норме аналитических функций в банаховом пространстве A_s, $s > 0$ и укажем некоторые свойства s-нормы. Эти сведения нам в дальнейшем понадобятся.

Определение 1. Функция $\varphi(x) \in A_s$, $x \in R$, $s > 0$, если она представима степенным рядом

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k \cdot x^k \tag{1}$$

и конечна ее s-норма

$$\|\varphi\|_s = \sum_{k=0}^{\infty} |\varphi_k| \cdot s^k, \ \varphi_k = \frac{1}{k!}\varphi^{(k)}(0), \tag{2}$$

$$\|\varphi\|_s = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left|\varphi^{(k)}(0)\right| s^k < \infty. \tag{3}$$

Определение 2. Функция $\varphi(x) \in A_s$, $x \in R^n$, $s > 0$, если ее можно разложить в ряд Фурье

$$\varphi(x) = \sum_{k \in N^n} \varphi_k \exp\left[i(k,x)\right], \ k = (k_1, k_2, ..., k_n), \ x = (x_1, x_2, ..., x_n)$$

и конечна ее s-норма

$$\|\varphi\|_s = \sum_{k \in N^n} |\varphi_k| \exp\left(s|k|\right), \quad |k| = |k_1| + |k_2| + ... + |k_n|. \tag{4}$$

В (1) через N^n обозначено множество всех точек пространства R^n с целочисленными координатами.

s-норма обладает свойствами, среди них:

1) если $\varphi_1 \in A_s$, $\varphi_2 \in A_s$, то $\| \varphi_1 \cdot \varphi_2 \|_s \le \| \varphi_1 \|_s \cdot \| \varphi_2 \|_s$, (5)

2) если $\varphi \in A_{s_0}$, $s_0 > 0$, то $\varphi \in A_s$, $0 < s \le s_0$, $\| \varphi \|_s \le \| \varphi \|_{s_0}$, (6)

3) $\forall \alpha = (\alpha_1,...,\alpha_n)$, $\alpha_k \ge 0$, $k = \overline{1,n}$, $\forall s > 0$: $s \le s_0$ имеют место выражения:

$$D^\alpha \varphi \equiv \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1} ... \partial x_n^{\alpha_n}} \varphi \in A_{s'}, \; 0 < s' < s < s_0, \; x = (x_1,...,x_n) \in R^n,$$

$$\| D^\alpha \varphi \|_{s'} \le C_\alpha \frac{\| \varphi \|_s}{(s - s')^{|\alpha|}}, \; |\alpha| = \alpha_1 + ... + \alpha_n, \; C_\alpha = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\alpha_i}{e} \right)^{\alpha_i}, \quad (7)$$

$$\| \Delta \varphi \|_{s'} \le C_\Delta \frac{\| \varphi \|_s}{(s - s')^2}, \; x \in R^n, \; C_\Delta = 4 n e^{-2}, \quad (8)$$

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}, \; 0 < s' < s \le s_0,$$

$$\| \varphi_x \|_{s'} \le \frac{1}{s - s'} \| \varphi \|_s, \; x \in R, \; 0 < s' < s \le s_0. \quad (9)$$

Постановка многомерной обратной задачи. Пусть справедлива серия дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка гиперболического типа

$$U_{tt}^{(k)} - U_{zz}^{(k)} - U_{xx}^{(k)} + a(x,z) U_x^{(k)} + b(x,z) U^{(k)} = 0, \quad (10)$$
$$x \in R, \; z > 0, \; t \in R, \; k = 1,2,$$

совместно с данными Коши

$$U^{(k)} \Big|_{t<0} \equiv 0, \quad k = 1,2 \quad (11)$$

и граничными условиями

$$U_z^{(k)} \Big|_{z=0} = g_k(x) \delta'(t), \quad k = 1,2. \quad (12)$$

В (10)–(12) $U^{(k)} = U^{(k)}(x,z,t)$ $g_1(x), g_2(x)$ — известные функции, $\delta'(t)$ — производная от обобщенной дельта-функции Дирака.

От будущих учителей информатики и математики требуется из соотношений (10)–(12) вычислить неизвестные функции $U^{(k)}(x,z,t)$, $k = 1,2$, $a(x,z)$, $b(x,z)$ при условии, что известна дополнительная информация о решении прямой задачи (10)–(12) вида

$$U^{(k)} \Big|_{z=0} = f_k(x,t), \; t > 0, \; k = 1,2. \quad (13)$$

В (13) $f_k(x,t)$, $k = 1,2$ — известные функции.

Также следует доказать локальную разрешимость этой многомерной обратной задачи. Для нахождения решения многомерной обратной задачи (10)–(12) необходимо применить усовершенствованный В.Г. Романовым метод шкал банаховых пространств аналитических функций [21–22].

Для решения поставленной многомерной обратной задачи студенты вводят в рассмотрение банахово пространство A_s, $s > 0$ аналитических функций $\varphi(x)$, $x \in R$ согласно (1) обладающих конечной нормой (2); делают предположение о том, что $g_k^{(i)}(x)$, $\dfrac{1}{G(x)}$, $f_k(x,t)$, $\dfrac{\partial}{\partial t} f_k(x,t)$, $k = 1,2$, $i = 0,1,2$, как функции аргумента x являются элементами банахова пространства аналитических функций $A_{s_0}, s_0 > 0$ и являются непрерывными функциями аргумента $t \in (0,T)$, $T > 0$. И кроме того, предполагают, что справедливы выражения:

$$\left.\begin{array}{l} \| f_k \|_{s_0}(t) \le R_0, \quad \left\| \dfrac{\partial}{\partial t} f_k \right\|_{s_0}(t) \le R_0, \quad \left\| \dfrac{2}{G} \right\|_{s_0} \le R_0, \\ G(x) = \begin{vmatrix} g_1(x) & g_1'(x) \\ g_2(x) & g_2'(x) \end{vmatrix} \ne 0, \quad \left\| 2 g_k^{(i)} \dfrac{1}{G} \right\|_{s_0} \le R_0, \\ \left\| \left[g_1^{(i)} \cdot g_2'' - g_2^{(i)} \cdot g_1'' + 2\left(g_1^{(i)} \dfrac{\partial}{\partial t} f_2 - g_2^{(i)} \dfrac{\partial}{\partial t} f_1 \right) \right] \dfrac{1}{G} \right\|_{s_0}(t) \le R_0, \\ x \in R, \quad t \in (0,T), \quad k = 1,2, \quad i = 0,1,2. \end{array}\right\} \quad (14)$$

В (14) у функции g_k верхний индекс определяет производную, R_0 — положительная константа.

Также студенты предполагают, что функции $a(x, z)$, $b(x, z)$ при фиксированном значении аргумента z принадлежат банахову пространству A_{s_0} и являются непрерывными функциями по аргументу $z \in \left[0, \dfrac{T}{2} \right]$.

Так как многомерная обратная задача (10)–(13) сформулирована в обобщенной постановке, то студенты должны понимать, что целесообразно выделить сингулярную часть из решения прямой задачи по формуле:

$$\begin{aligned} U^{(k)}(x,z,t) &= \alpha^{(k)}(x,z)\,\delta(t - z) + \beta^{(k)}(x,z)\,\theta(t - z) + \\ &+ \widetilde{U}^{(k)}(x,z,t), k = 1,2. \end{aligned} \quad (15)$$

Функции $\alpha^{(k)}$, $\beta^{(k)}$, $k = 1,2$, входящие в (15), студенты находят при помощи метода выделения особенностей [17]. Более того, они выявляют тот факт, что $U^{(k)} = \widetilde{U}^{(k)}$, когда $t > z > 0$, и $U^{(k)} \equiv 0$, когда $t < z$, $k = 1,2$, а также вычисляют необходимое условие разрешимости данной многомерной обратной задачи, которое имеет вид:

$$f_k(x, +0) = 0, \ x \in R, \ k = 1,2. \quad (16)$$

В результате, студенты формулируют следующую многомерную обратную задачу для регулярных частей $U^{(k)}, k = 1,2$:

$$\begin{aligned} &U_{tt}^{(k)} - U_{zz}^{(k)} - U_{xx}^{(k)} + a(x,z)U_x^{(k)} + b(x,z)U^{(k)} = 0, \\ &(x,z,t) \in D, \ k = 1,2, \end{aligned} \quad (17)$$

$$U^{(k)}\Big|_{z=0} = f_k(x,t), \ U_z^{(k)}\Big|_{z=0} = 0, \ x \in R, \ t > 0, \ k = 1,2, \quad (18)$$

$$U^{(k)}\Big|_{t=z+0} = \beta^{(k)}(x,z),\ x\in R,\ z\geq 0,\ k=1,2,$$
$$D = \{(x,z,t)|\ x\in R, t>z>0\}. \qquad (19)$$

В дальнейшем они строят систему интегро-дифференциальных уравнений вида

$$U^{(k)}(x,z,t) = U_0^{(k)}(x,z,t)+$$
$$+\frac{1}{2}\iint\limits_{\Delta(z,t)}\left[U_{xx}^{(k)} - a\,U_x^{(k)} - b\,U^{(k)}\right](x,\varsigma,\tau)\,d\varsigma\,d\tau, \qquad (20)$$
$$(x,z,t)\in D,\ \ k=1,2,$$
$$\Delta(x,z) = \{(\varsigma,\tau)\ |\ 0\leq\varsigma\leq z,\ t-z+\varsigma\leq\tau\leq t+z-\varsigma\}$$

$$a^{(k)}(x,z) = a_0^{(k)}(x,z) + (-1)^{(k)}\frac{2}{G(x)}\int\limits_0^z\Big\{g_1^{(k-1)}\left[U_{xx}^{(2)} - a^{(1)}U_x^{(2)} -\right.$$
$$\left.- a^{(2)}U^{(2)}\right] - g_2^{(k-1)}\left[U_{xx}^{(1)} - a^{(1)}U_x^{(1)} - a^{(2)}U^{(1)}\right]\Big\}(x,\varsigma,\ 2z-\varsigma)\,d\varsigma, \qquad (21)$$
$$x\in R,\ z\geq 0, k=1,2,$$

В (20) $U_0^{(k)}(x,z,t) = \frac{1}{2}\left(f_k(x,t+z) + f_k(x,t-z)\right), k=1,2.$

В (21) $a^{(1)}(x,z) = a(x,z),\ a^{(2)}(x,z) = b(x,z),$

$$a_0^{(k)}(x,z) = (-1)^{(k)}\,H^{(k)}(x,z)\,\frac{1}{G(x)},$$

$$H^{(k)}(x,z) = g_1^{(k-1)}(x)\,g_2''(x) - g_2^{(k-1)}(x)\,g_1''(x)+$$
$$+2\left(g_1^{(k-1)}(x)\,\frac{\partial}{\partial t}f_2(x,t) - g_2^{(k-1)}\frac{\partial}{\partial t}f_1(x,t)\right)\Bigg|_{t=2z}, k=1,2.$$

Студенты должны понимать, что так как в построенной системе (20)–(21) в интегральных слагаемых находятся производные от функций $U^{(k)}$, то для доказательства локальной разрешимости рассматриваемой многомерной обратной задачи целесообразно использовать банахово пространство A_s, $s > 0$ аналитических по переменной x функций и применить свойства s-нормы (5)–(9), согласно которым возможно оценить норму производных функций $U^{(k)}$ нормой функций $U^{(k)}$. И в результате получить замкнутую систему соответствующих неравенств.

В дальнейшем, применяя рациональные рассуждения, теорему Банаха, усовершенствованный В.Г. Романовым метод шкал банаховых пространств аналитических функций, методы математической физики, методы функционального анализа, студенты доказывают вышеотмеченные теоремы, которые мы приведем без доказательства [11; 14–16].

Теорема 1. Пусть $g_k(x), f_k(x,t)$, $k = 1, 2$ удовлетворяют предположениям, сделанным выше, и условиям (14), (16). Тогда $\exists\alpha\in\left(0,\frac{T}{2}\right),\ \alpha\,s_0 < \frac{1}{2}T : \forall s\in(0,s_0)$ существует единственное решение системы равенств (20)–(21) в Q_{sT} =

$= D_T \cap \{(x,z,t) \mid 0 \le z \le \alpha(s_0 - s), x \in R\}$ такое, что $U^{(k)} \in A_s, \frac{\partial}{\partial t} U^{(k)} \in A_s$, $\frac{\partial}{\partial z} U^{(k)} \in A_s, a^{(k)} \in A_s, k = 1, 2\ \forall\, (z,t) \in P_{sT} \equiv \Lambda_T \cap \{(z,t) \mid 0 \le z \le \alpha(s_0 - s)\}$ и непрерывны в P_{sT} по переменным z, t, причем

$$\left\|U^{(k)} - U_0^{(k)}\right\|_s (z,t) \le R_0, \left\|a^{(k)} - a_0^{(k)}\right\|_s (z) \le \frac{R_0}{s_0 - s},$$

$$\left\|\frac{\partial}{\partial t} U^{(k)} - \frac{\partial}{\partial t} U_0^{(k)}\right\|_s (z,t) \le \frac{R_0}{s_0 - s}, \left\|\frac{\partial}{\partial z} U_0^{(k)} - \frac{\partial}{\partial z} U_0^{(k)}\right\|_s (z,t) \le \frac{R_0}{s_0 - s},$$

$$(z,t) \in P_{sT}, k = 1, 2,$$

$$D_T = \Lambda_T \times R, \Lambda_T = \left\{(x,z) \,\middle|\, 0 \le z \le \frac{T}{2}, z \le t \le T - z\right\}.$$

Рассмотрим множество Ф всех пар функций (f_k, g_k, $k = 1, 2$), являющихся элементами $A_{s_0}, s_0 > 0$ непрерывных по $t \in (0, T)$ и для которых выполнены соотношения (14), (16) при известном значении константы R_0.

Теорема 2. Пусть $(f_k, g_k, k = 1, 2) \in \Phi, (\overline{f}_k, \overline{g}_k, k = 1, 2) \in \Phi.$ Тогда для отвечающих им решений $(U^{(k)}, a^{(k)}, k = 1, 2), (\overline{U}^{(k)}, \overline{a}^{(k)}, k = 1, 2)$ системы уравнений (20)–(21) справедливы неравенства:

$$\left\|U^{(k)} - \overline{U}^{(k)}\right\|_s (z,t) \le c \cdot \varepsilon, \left\| a^{(k)} - \overline{a}^{(k)} \right\|_s (z) \le \frac{c \cdot \varepsilon}{s_0 - s},$$

$$(z,t) \in P_{sT}, 0 < s < s_0, k = 1, 2, c \text{ — константа.}$$

В процессе исследования данной многомерной обратной задачи будущие учителя информатики и математики оперируют такими базовыми понятиями функционального анализа, как аналитическая функция, обобщенная функция, банахово пространство аналитических функций, другими понятиями функционального анализа. Используют принцип сжимающих отображений, свойства норм в банаховом пространстве аналитических функций, доказывают сходимость функциональных рядов, применяют другие методы функционального анализа.

В завершение исследования многомерной обратной задачи студенты анализируют полученные результаты и делают логические выводы прикладного и гуманитарного характера [12; 16; 25]. Очевидно, что в процессе обучения обратным задачам математической физики будущие учителя информатики и математики осваивают не только методы и приемы исследования различных обратных задач, но и приобретают новые фундаментальные знания и формируют профессиональные компетенции в области прикладной математики, в том числе и по функциональному анализу, нарабатывают навыки исследования корректности математических моделей обратных задач и логического анализа полученных результатов исследования прикладных математических задач.

Кроме того, в процессе такого обучения студенты осмысливают такие важные понятия, как информация, формализация, универсальность, корректность математической модели, ее познавательный потенциал, а также осваивают эффективное средство получения, обработки и анализа разнообразной информации в виде математических методов теории обратных задач.

Литература

1. *Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Камалова Г.Б.* Обучение будущих учителей математики и информатики обратным задачам для дифференциальных уравнений // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2014. № 3 (29). С. 57–69.

2. *Вулих Б.З.* Введение в функциональный анализ. М.: Наука, 1967. 416 с.

3. *Ватульян А.О., Беляк О.А., Сухов Д.Ю., Явруян О.В.* Обратные и некорректные задачи: учебник. Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2011. 232 с.

4. *Гельфанд И.Н., Шилов Г.Е.* Пространства основных и обобщенных функций. М.: ГИФМЛ, 1958. 308 с.

5. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи: учебник для студентов вузов. Новосибирск: Сибирское научное изд-во, 2009. 458 с.

6. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ в нормированных пространствах. М.: Физматгиз, 1959. 684 с.

7. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа: учебник для студентов вузов. М.: Физматлит, 2004. 572 с.

8. *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи для волновых уравнений: специальный курс. Новосибирск: СибУПК, 2000. 252 с.

9. *Корнилов В.С.* Об одной динамической многомерной обратной задаче для гиперболического уравнения // Математические модели и методы их исследования: труды Международной конференции. Т. 2. Красноярск: ИВМ СО РАН, 2001. С. 18–21.

10. *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учебное пособие. М.: МГПУ, 2005. 359 с.

11. *Корнилов В.С.* Методы рациональных рассуждений в обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2005. № 2 (5). С. 63–66.

12. *Корнилов В.С.* Гуманитарные аспекты вузовской системы прикладной математической подготовки // Наука и школа. 2007. № 5. С. 23–28.

13. *Корнилов В.С.* История развития теории обратных задач для дифференциальных уравнений — составляющая гуманитарного потенциала обучения прикладной математике // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2009. № 1 (17). С. 108–113.

14. *Корнилов В.С.* Методические аспекты обучения студентов вузов обратным задачам для дифференциальных уравнений // Бюллетень лаборатории математического, естественнонаучного образования и информатизации. Рецензируемый сборник научных трудов. Т. I. Воронеж: Научная книга, 2012. С. 44–51.

15. *Корнилов В.С.* Обратные задачи в содержании обучения прикладной математике // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2014. № 2. С. 109–118.

16. *Корнилов В.С.* Обучение студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор формирования компетентности в области прикладной математики // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2015. № 1. С. 63–72.

17. *Курант Р.* Уравнения с частными производными. М.: Наука, 1964. 830 с.

18. *Курант Р., Гильберт Д.* Методы математической физики: в 2 т. М.: Гостехиздат, 1951. 544 с.

19. *Люстерник Л.А., Соболев С.Л.* Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965. 520 с.

20. *Мазья В.Г.* Пространства С.Л. Соболева. Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. 415 с.

21. *Романов В.Г.* Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984. 264 с.

22. *Романов В.Г.* О локальной разрешимости некоторых многомерных обратных задач для уравнений гиперболического типа // Дифференциальные уравнения. 1989. № 25 (2). С. 275–284.

23. *Романов В.Г.* Устойчивость в обратных задачах. М.: Научный мир, 2005. 304 с.

24. *Соболев С.Л.* Уравнения математической физики. М.: Гостехиздат, 1954. 444 с.

25. *Трибель Х.* Теория функциональных пространств. М.: Мир, 1986. 447 с.

26. *Юрко В.А.* Введение в теорию обратных спектральных задач. М.: Физматлит, 2007. 384 с.

27. *Saparbekova G.A., Kornilov V.S., Berkimbaev K.M., Marasulov A.M., Akeshova M.M.* Formation of students' humanitarian culture in teaching applied mathematics // The Iceland Journal of Life Sciences. Jul 2014 of Jokull journal (ISSN: 0449-0576). Vol. 64. № 7. P. 30–39.

Literatura

1. *Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Kamalova G.B.* Obuchenie budushhix uchitelej matematiki i informatiki obratny'm zadacham dlya differencial'ny'x uravnenij // Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Seriya «Informatika i informatizaciya obrazovaniya». 2014. № 3 (29). S. 57–69.

2. *Vulix B.Z.* Vvedenie v funkcional'ny'j analiz. M.: Nauka, 1967. 416 s.

3. *Vatul'yan A.O., Belyak O.A., Suxov D.Yu., Yavruyan O.V.* Obratny'e i nekorrektny'e zadachi: uchebnik. Rostov-na-Donu: Izd-vo Yuzhnogo federal'nogo universiteta, 2011. 232 s.

4. *Gel'fand I.N., Shilov G.E.* Prostranstva osnovny'x i obobshhenny'x funkcij. M.: GIFML, 1958. 308 s.

5. *Kabanixin S.I.* Obratny'e i nekorrektny'e zadachi: uchebnik dlya studentov vuzov. Novosibirsk: Sibirskoe nauchnoe izd-vo, 2009. 458 s.

6. *Kantorovich L.V., Akilov G.P.* Funkcional'ny'j analiz v normirovanny'x prostranstvax. M.: Fizmatgiz, 1959. 684 s.

7. *Kolmogorov A.N., Fomin S.V.* E'lementy' teorii funkcij i funkcional'nogo analiza: uchebnik dlya studentov vuzov. M.: Fizmatlit, 2004. 572 s.

8. *Kornilov V.S.* Nekotory'e obratny'e zadachi dlya volnovy'x uravnenij: special'ny'j kurs. Novosibirsk: SibUPK, 2000. 252 s.

9. *Kornilov V.S.* Ob odnoj dinamicheskoj mnogomernoj obratnoj zadache dlya giperbolicheskogo uravneniya // Matematicheskie modeli i metody’ ix issledovaniya: trudy’ Mezhdunarodnoj konferencii. T. 2. Krasnoyarsk: IVM SO RAN, 2001. S. 18–21.

10. *Kornilov V.S.* Nekotory’e obratny’e zadachi identifikacii parametrov matematicheskix modelej: uchebnoe posobie. M.: MGPU, 2005. 359 s.

11. *Kornilov V.S.* Metody’ racional’ny’x rassuzhdenij v obuchenii obratny’m zadacham dlya differencial’ny’x uravnenij // Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Seriya «Informatika i informatizaciya obrazovaniya». 2005. № 2 (5). S. 63–66.

12. *Kornilov V.S.* Gumanitarny’e aspekty’ vuzovskoj sistemy’ prikladnoj matematicheskoj podgotovki // Nauka i shkola. 2007. № 5. S. 23–28.

13. *Kornilov V.S.* Istoriya razvitiya teorii obratny’x zadach dlya differencial’ny’x uravnenij — sostavlyayushhaya gumanitarnogo potenciala obucheniya prikladnoj matematike // Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Seriya «Informatika i informatizaciya obrazovaniya». 2009. № 1 (17). S. 108–113.

14. *Kornilov V.S.* Metodicheskie aspekty’ obucheniya studentov vuzov obratny’m zadacham dlya differencial’ny’x uravnenij // Byulleten’ laboratorii matematicheskogo, estestvennonauchnogo obrazovaniya i informatizacii. Recenziruemy’j sbornik nauchny’x trudov. T. I. Voronezh: Nauchnaya kniga, 2012. S. 44–51.

15. *Kornilov V.S.* Obratny’e zadachi v soderzhanii obucheniya prikladnoj matematike // Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby’ narodov. Seriya «Informatizaciya obrazovaniya». 2014. № 2. S. 109–118.

16. *Kornilov V.S.* Obuchenie studentov obratny’m zadacham dlya differencial’ny’x uravnenij kak faktor formirovaniya kompetentnosti v oblasti prikladnoj matematiki // Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby’ narodov. Seriya «Informatizaciya obrazovaniya». 2015. № 1. S. 63–72.

17. *Kurant R.* Uravneniya s chastny’mi proizvodny’mi. M.: Nauka, 1964. 830 s.

18. *Kurant R., Gil’bert D.* Metody’ matematicheskoj fiziki: v 2 t. M.: Gostexizdat, 1951. 544 s.

19. *Lyusternik L.A., Sobolev S.L.* E’lementy’ funkcional’nogo analiza. M.: Nauka, 1965. 520 s.

20. *Maz’ya V.G.* Prostranstva S.L. Soboleva. L.: Izd-vo LGU, 1985. 415 s.

21. *Romanov V.G.* Obratny’e zadachi matematicheskoj fiziki. M.: Nauka, 1984. 264 s.

22. *Romanov V.G.* O lokal’noj razreshimosti nekotory’x mnogomerny’x obratny’x zadach dlya uravnenij giperbolicheskogo tipa // Differencial’ny’e uravneniya. 1989. № 25 (2). S. 275–284.

23. *Romanov V.G.* Ustojchivost’ v obratny’x zadachax. M.: Nauchny’j mir, 2005. 304 s.

24. *Sobolev S.L.* Uravneniya matematicheskoj fiziki. M.: Gostexizdat, 1954. 444 s.

25. *Tribel’ X.* Teoriya funkcional’ny’x prostranstv. M.: Mir, 1986. 447 s.

26. *Yurko V.A.* Vvedenie v teoriyu obratny’x spektral’ny’x zadach. M.: Fizmatlit, 2007. 384 c.

27. *Saparbekova G.A., Kornilov V.S., Berkimbaev K.M., Marasulov A.M., Akeshova M.M.* Formation of students’ humanitarian culture in teaching applied mathematics // The Iceland Journal of Life Sciences. Jul 2014 of Jokull journal (ISSN: 0449-0576). Vol. 64. № 7. P. 30–39.

V.S. Kornilov

Formation of the Fundamental Knowledge of the Future Teachers of Informatics and Mathematics on Functional Analysis at Teaching Inverse Problems of Mathematical Physics

The article draws attention to the role of teaching future teachers of computer science and mathematics inverse problems of mathematical physics in the formation of fundamental knowledge in the field of functional analysis. The author gives an example of formulation of the teaching inverse problem of mathematical physics. The author formulates theorem of the local solvability of the inverse problem. The author makes the conclusions of the acquired knowledge of the future teachers of computer science and mathematics in the process of such training.

Keywords: teaching inverse problems of mathematical physics; functional analysis; Applied Mathematics; teachers of computer science and mathematics.