УДК 378.014.15+517.9

В.С. Корнилов

Реализация методов вычислительной математики при обучении студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений

В статье обращается внимание на то, что при обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений у бакалавров и магистрантов формируются фундаментальные знания в области методов вычислительной математики, при помощи которых могут быть исследованы разнообразные прикладные математические задачи. Приводятся постановки учебных обратных задач для дифференциальных уравнений, для исследования которых применяются конечно-разностные методы вычислительной математики, а также краткая схема их исследования.

Ключевые слова: обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений; методы вычислительной математики; бакалавр; магистрант.

Основополагающими нормативными документами, содержащими требования к реализации образовательных программ подготовки в высших учебных заведениях бакалавров и магистрантов, являются Федеральные государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования, утвержденные Министерством образования и науки Российской Федерации. Среди таких требований — характеристика направления подготовки и профессиональной деятельности, требования к результатам освоения образовательных программ, к структуре образовательных программ и другие требования. Требования к структуре образовательных программ включают перечень изучаемых учебных циклов, содержание учебных циклов, имеющих базовую и вариативную части. Содержание этих учебных циклов включает учебные дисциплины, наличие которых определяется профессиональной направленностью обучения.

Профессиональная направленность обучения бакалавров и магистрантов по таким направлениям подготовки, как 231300 — «Прикладная математика», 010900 — «Прикладная математика и физика», 010400 — «Прикладная математика и информатика», 010200 — «Математика и компьютерные науки», 010800 — «Механика и математическое моделирование», 010100 — «Математика», 011200 — «Физика» и другие направления подготовки бакалавров и магистрантов, определяет перечень математических учебных дисциплин, входящих в соответствующие образовательные программы, по которым ведется такое обучение (см., например, [20; 21]).

Среди таких базовых математических учебных дисциплин: математический анализ, функциональный анализ, комплексный анализ, аналитическая геометрия, алгебра, методы оптимизации, теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математики и математическая логика, интегральные уравнения, численные методы и другие математические учебные дисциплины. Фундаментальные знания по вышеперечисленным базовым математическим учебным дисциплинам позволяют бакалаврам и магистрантам освоить разнообразные методы вычислительной математики, с помощью которых могут быть получены и исследованы приближенные решения как обыкновенных дифференциальных уравнений, так и дифференциальных уравнений в частных производных, которые также относятся к базовым математическим учебным дисциплинам.

При помощи методов вычислительной математики бакалавры и магистранты учатся находить приближенные решения разнообразных математических задач, в том числе — обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных. Среди таких методов: приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (метод разложения в ряд Тейлора, метод Эйлера, методы Рунге-Кутта, методы неопределенных коэффициентов, метод прогонки, метод построения разностных уравнений для задач с разрывными коэффициентами на основе интегрального тождества и др.), вариационные методы математической физики (метод Ритца, метод Галеркина, метод наименьших квадратов и др.), методы решения стационарных задач математической физики (метод сопряженных градиентов, метод последовательной верхней релаксации, итерационный метод Чебышева, метод расщепления, быстрое преобразование Фурье, метод циклической редукции, факторизация разностных уравнений и др.), методы решения нестационарных задач математической физики (метод стабилизации, метод предиктор-корректор, метод покомпонентного расщепления и др.) (см., например, [1; 5–7; 11; 18; 19]).

Вместе с тем с помощью перечисленных методов вычислительной математики успешно исследуются и обратные задачи для дифференциальных уравнений, которые в настоящее время преподаются в виде специальных курсов во многих высших учебных заведениях России для бакалавров и магистрантов, обучающихся по физико-математическим направлениям подготовки, отмеченным выше (см., например, [2–4; 7; 9; 10; 14–16]). Большой вклад в развитие методов исследования обратных задач для дифференциальных уравнений вносят работы А.С. Алексеева, В.А. Амбарцумяна, А.В. Баева, Г. Борга, П.Н. Вабишевича, А.О. Ватульяна, В.В. Васина, И.М. Гельфанда, А.М. Денисова, С.И. Кабанихина, М.Г. Крейна, М.М. Лаврентьева, Б.М. Левитана, А.И. Прилепко, В.Г. Романова, А.Н. Тихонова, В.А. Юрко, В.Г. Яхно и других ученых (см., например, [4; 6; 7; 16; 17; 19]).

Продемонстрируем конечно-разностные методы вычислительной математики, с помощью которых могут быть исследованы учебные обратные задачи для обыкновенного дифференциального уравнения и дифференциального уравнения в частных производных гиперболического типа. Для краткости изложения будут приведены постановки обратных задач, применяемый конечно-разностный метод и общая схема исследования разностной обратной задачи.

Обратная задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Рассматривается семейство обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с неизвестным коэффициентом $a\,(x)$:

$$y'' + a\,(x)\;y = 0,\; y = y\,(x,\alpha),\; y'' = \frac{d^2}{dx^2}\,y,\; x \in R, \alpha \in R, \tag{1}$$

с данными Коши

$$y(\alpha,\alpha)\;=\;1,\; y(\alpha,\alpha)\;=\;1, \alpha \in R \tag{2}$$

и дополнительной информацией

$$y(x^*\!;\;\alpha) = \varphi(\alpha),\; x^* - const, \alpha \in R\;. \tag{3}$$

Обратная задача. Из (1)–(3) вычислить коэффициент $a\,(x)$.

Студентам предлагается построить вычислительный алгоритм определения коэффициента $a\,(x)$, использую явную и неявную разностную схему при аппроксимации обратной задачи конечно-разностными соотношениями.

Случай явной разностной схемы. Студенты прежде всего заменяют непрерывную область изменения аргументов x, α сеточной областью

$$\Omega_h = \left\{ (k,i) \,\middle|\, k = \overline{1,N}, i = \overline{1,N}, N = \frac{1}{h},\; h\; - \text{ шаг сетки}, h < \;1 \right\}. \tag{4}$$

При использовании явной разностной схемы конечно-разностный аналог дифференциальных соотношений (1)–(3) принимает вид:

$$\frac{v_{k+1}^i - 2\,v_k^i + v_{k-1}^i}{h^2} + \beta_k\; v_k^i \;= 0, k = \overline{1, N-1}, i = \overline{0, N}, \tag{5}$$

$$v_i^i = 1, i = \overline{0, N}, \tag{6}$$

$$v_{i+1}^i = 1, i = \overline{0, N-1}, \tag{7}$$

$$v_N^i = f_i, i = \overline{0, N}. \tag{8}$$

В (5)–(8) $v(k,i) = v_k^i, \beta(k) = \beta_k, f\,(i) = f_i, f_i = \varphi(\alpha_i), i = \overline{1, N}k, i = \overline{1, N}$ — сеточные функции.

Студентам предстоит из (5)–(8) вычислить $\{\beta_k\}_{k=\overline{0,N}}$ как приближенное решение обратной задачи (1)–(3).

Равенство (5) легко выписывается в виде

$$v_k^i = (2 - h^2\;\beta_{k-1})\;v_{k-1}^i - v_{k-2}^i, k = \overline{1, N-1}\,, i = \overline{0, N}. \tag{9}$$

Если положить в (9) $k = N, i = N-2$ и учесть дополнительную информацию (8), то можно вычислить β_{N-1}:

$$\beta_{N-1} = \frac{1 - f_{N-2}}{h^2} = \frac{f_{N-1} - f_{N-2}}{h^2 \cdot 1} = \frac{\nabla f_{N-1}}{h^2 \cdot f_{N-1}}. \qquad (10)$$

В дальнейшем несложные математические выкладки позволяют студентам получить следующую формулу определения искомой числовой последовательности β_k:

$$\beta_k = \frac{\nabla f_k}{h^2 \sum\limits_{i=k}^{N-1} f_i}, k = \overline{N-1, 1}. \qquad (11)$$

В силу краткости изложения дальнейший анализ формулы (11) не приводится.

Случай неявной разностной схемы. Использую неявную разностную схему, студенты строят конечно-разностный аналог дифференциальных соотношений (1)–(3):

$$\frac{v_{k+1}^i - 2\,v_k^i + v_{k-1}^i}{h^2} + \beta_{k+1}\, v_{k+1}^i = 0, k = \overline{1, N-1}, i = \overline{0, N}, \qquad (12)$$

$$v_i^i = 1, i = \overline{0, N}, \qquad (13)$$

$$v_{i+1}^i = v_{i-1}^i, i = \overline{0, N-1}, \qquad (14)$$

$$v_N^i = f_i, i = \overline{0, N}. \qquad (15)$$

Студентам, так же как и в предыдущем случае, нужно построить вычислительный алгоритм нахождения приближенного решения разностной обратной задачи (12)–(15) — вычислить числовую последовательность $\{\beta_k\}_{k=\overline{0,N}}$.

Из (12) следует равенство

$$v_{k-1}^i - 2v_k^i + v_{k+1}^i + h^2\beta_{k+1}v_{k+1}^i = 0, \qquad (16)$$

откуда, с учетом (13), (14) и $k = i$, несложно получить выражение, связывающее β_i и v_i^{i-1}:

$$\beta_i = \frac{2\,(1 - v_i^{i-1})}{h^2\, v_i^{i-1}}, i = \overline{1, N}. \qquad (17)$$

Студенты замечают, что для определения β_i необходимо знать значения лишь v_i^{i-1}. Это обстоятельство позволяет организовать студентам последовательно выполнение следующих действий для вычисления β_i.

Вычисление β_N. В (16) положить $i = N$ и учесть (15):

$$\beta_N = \frac{2\,(1 - f_{N-1})}{h^2\, f_{N-1}}. \qquad (18)$$

Вычисление v_{N-1}^{N-2}. В (16) положить $k = N - 1$, $i = N - 2$ и учесть (13)–(15), (18):

$$v_{N-1}^{N-2} = \frac{1 + f_{N-2} + h^2 f_{N-2}}{2}. \qquad (19)$$

Вычисление β_{N-1}. В (17) положить $i = N - 1$ и учесть (19):

$$\beta_{N-1} = \frac{2\,(1 - v_{N-1}^{N-2})}{h^2\, v_{N-1}^{N-2}}. \qquad (20)$$

Дальнейшие аналогичные действия студентов приводят к построению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида

$$A_i Y_{i-1}^{i-2} = B_{i-2},\, i = N-1, N-2, ..., 2. \qquad (21)$$

В (21) A_i — трехдиагональная матрица:

$$A_i = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ \theta_{N-1} & -2 & 1 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{N-2} & -2 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ & & & ... & & & & \\ & & & ... & & & & \\ 0 & 0 & ... & 0 & 0 & \theta_{i+1} & -2 & 1 \\ 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 & \theta_i & -2 \end{pmatrix},$$

$$Y_{i-1}^{i-2} = \left(v_{N-1}^{i-2}, v_{N-2}^{i-2}, v_{N-3}^{i-2}, \ \ldots, v_{\mathrm{i}}^{i-2}, v_{i-1}^{i-2}\right)^T,$$

$$B_{i-2} = \left(-\theta_N f_{i-2},\, \underbrace{0, 0, ..., 0}_{p}\ -1\right)^T,$$

где *«T»* — знак транспонирования, $p = N - 1 - i, i = \overline{N-1, 2}$.

В дальнейшем студентам потребуется находить решение СЛАУ (21). Нахождение решений подобных СЛАУ часто оказывается некорректной задачей, например, когда ее матрица плохо обусловленная. Это требует выбора эффективного метода решения СЛАУ (см., например, [7; 8]).

Обратная задача для дифференциального уравнения в частных производных гиперболического типа. Рассмотрим одномерную обратную задачу нахождения неизвестного коэффициента уравнения колебания струны, вошедшую в содержание обучения обратным задачам [6]:

$$U_{tt} = U_{xx} + a\,(x)\,U, \qquad (22)$$

$$U\big|_{t=0} = \varphi\,(x), U_t\big|_{t=0} = 0, x \geq 0, \qquad (23)$$

$$U\big|_{x=0} = f(t), U_x\big|_{x=0} = 0, t \geq 0, \qquad (24)$$

причем a (x) на $[0, T]$ — существует и $|a(x)| \leq M$. При этом

$$\varphi(x) \geq B > 0 \text{ для любого } x \in [0, T]. \qquad (25)$$

Сформулируем разностную обратную задачу. Найти приближенное решение обратной задачи (22)–(24) с использованием разностной схемы.

Прежде всего студенты учитывают, что данная обратная задача является неустойчивой (начальные данные $\varphi(x)$ и $f(t)$ измерены с погрешностью, заданной по норме пространства *C*), и эта неустойчивость будет проявляться и должна быть учтена при любых попытках определить *a* (*x*) численно.

Это обстоятельство означает, что прежде чем приступить к построению приближенного решения обратной задачи, студентам надо применить разработанный В.Г. Романовым [16; 17] способ отделения данной неустойчивости посредством введения новой функции $V = U_{tt}$, которая вместе с *a* (*x*) будет решением следующей обратной задачи:

$$V_{tt} = V_{xx} + a(x)V, \tag{26}$$

$$V\big|_{t=0} = \eta(x) + a(x)\varphi(x), V_t\big|_{t=0} = 0, \tag{27}$$

$$V\big|_{x=0} = g(t), V_x\big|_{x=0} = 0, \tag{28}$$

где $\eta = \varphi'', g = f''$, причем $\|\varphi\| \le M, \|\eta\| \le M, \|g\| \le M$.

Теперь студенты приступают к построению конечно-разностного аналога обратной задачи (26)–(28). Наряду с областью $D(T) = \{(x,t) \mid x \ge 0, x + |t| \le T\}$ вводится сеточная область

$$D^h(T) = \left\{(ih, kh) \,\middle|\, i,k = \overline{0, N}, ih \pm kh \le T, h = \frac{T}{N}\right\}.$$

Пусть (a^h, V^h) — проекция точного решения задачи (26)–(28) на $D^h(T)$. Тогда компоненты этих вектор-функций связаны соотношениями

$$\frac{V(x_i, t_{k+1}) - 2V(x_i, t_k) + V(x_i, t_{k-1})}{h^2} =$$

$$= \frac{V(x_{i+1}, t_k) - 2V(x_i, t_k) + V(x_{i-1}, t_k)}{h^2} + \tag{29}$$

$$+ a(x_i)V(x_i, t_k) + 0(h^2),$$

$$V(x_i, 0) = \eta(x_i) + a(x_i)\varphi(x_i), \tag{30}$$

$$V(0, t_k) = g(t_k), \tag{31}$$

$$V(x_1, t_k) = \frac{1}{2}(g(t_{k+1}) + g(t_{k-1}) - \frac{1}{2}h^2 a(x_0) g(t_k) + h^2 0(h^2), \tag{32}$$

которые получаются при замене производных их разностными аналогами, причем второе из условий (27) оказывается излишним после того продолжения *g* (*t*) и *V* (*x*, *t*) на полуплоскость $t < 0$ четным образом. Равенство (32) является следствием аппроксимации второго из условий (28) центральной разностью и совместного рассмотрения этой аппроксимации с (29) при $i = 0$.

Студенты, следуя обычной логике решения прямых задач при помощи разностных методов, зная ε-приближения начальных данных, приближенное решение ищут как решение (q^h, W^h) разностной обратной задачи:

$$W_i^{k+1} + W_i^{k-1} = W_{i+1}^k + W_{i-1}^k + h^2 q_i W_i^k, \tag{33}$$

$$W_i^0 = \eta_i + q_i \varphi_i, \tag{34}$$

$$W_0^k = g^k, \tag{35}$$

$$W_1^k = \frac{1}{2}(g^{k+1} + g^{k-1}) - \frac{1}{2} h^2 q_0 g^k. \tag{36}$$

В (33)–(36) $\eta_i = \eta(x_i)$, $\varphi_i = \varphi(x_i)$, $g^k = g(t_k)$.

В дальнейшем студенты, применяя схему исследования, изложенную в [6], доказывают, что разностная обратная задача (33)–(36) однозначно разрешима при выполнении дискретного аналога условия (25):

$\varphi_i \geq B \; \forall \, i = \overline{0, N}$.

В процессе исследования обратных задач для дифференциальных уравнений бакалавры и магистранты оперируют такими фундаментальными понятиями вычислительной математики, как дискретизация непрерывной прикладной математической задачи, интерполяция сеточных функций, сходимость и устойчивость разностной схемы, погрешность аппроксимации, вычислительная погрешность, типы задач вычислительной математики, и другими понятиями вычислительной математики

Бакалавры и магистранты приобретают умения и навыки применения сведений из теории разностных схем, разнообразных методов вычислительной математики, которые им преподавались в учебных курсах математического, функционального, векторного анализа, аналитической геометрии, алгебры, интегральных уравнений, численных методов и других учебных курсах, осознают широту их использования в исследованиях прикладных математических задач. Успешное конструирование вычислительных алгоритмов нахождения приближенных решений разнообразных обратных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных возможно только если студенты обладают фундаментальными знаниями как в области теории и методологии обратных задач, так и в области методов вычислительной математики.

Литература

1. *Алгазин С.Д.* Численные алгоритмы без насыщения в классических задачах математической физики. М.: Научный Мир, 2002. 155 с.

2. *Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Камалова Г.Б.* Обучение будущих учителей математики и информатики обратным задачам для дифференциальных уравнений // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2014. № 3 (29). С. 57–69.

3. *Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Камалова Г.Б., Акимжан Н.Ш.* Система компьютерной математики Mathcad при обучении студентов вузов обратным задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2015. № 2 (32). С. 102–115.

4. *Денисов А.М.* Введение в теорию обратных задач: учебное пособие. М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 1994. 207 с.

5. *Дьяченко В.Ф.* Основные понятия вычислительной математики. М.: Наука, 1972. 120 с.

6. *Кабанихин С.И.* Проекционно-разностные методы определения коэффициентов гиперболических уравнений. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1988. 166 с.

7. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи: учебник для студентов вузов. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. 458 с.

8. *Кабанихин С.И., Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Шолпанбаев Б.Б., Акимжан Н.Ш.* Корректные и некорректные задачи для СЛАУ: анализ и методика преподавания // Сибирские электронные математические известия. (URL: http://semr.math.nsc.ru ISSN 1813-3304. УДК 519.62. MSC 65M32). 2015. Т. 12. С. 255–263.

9. *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учебное пособие. М.: МГПУ, 2005. 359 с.

10. *Корнилов В.С.* Образовательные электронные ресурсы в обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений // Электронные образовательные издания и ресурсы. Теория и практика: Бюллетень Центра информатики и информационных технологий в образовании Института содержания и методов обучения Российской академии образования. Вып. 1. М.: ИСМО РАО, 2006. С. 30–36.

11. *Корнилов В.С.* История развития вычислительной математики — компонента гуманитарного потенциала обучения численным методам // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2010. № 4. С. 77–84.

12. *Корнилов В.С.* Теоретические основы информатизации прикладного математического образования: монография. Воронеж: Научная книга, 2011. 140 с.

13. *Корнилов В.С.* Роль учебных курсов информатики в обучении студентов вузов численным методам // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2011. № 3. С. 24–27.

14. *Корнилов В.С.* Обратные задачи в содержании обучения прикладной математике // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2014. № 2. С. 109–118.

15. *Корнилов В.С.* Обучение студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор формирования компетентности в области прикладной математики // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2015. № 1. С. 63–72.

16. *Романов В.Г.* Обратные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск: НГУ, 1973. 252 с.

17. *Романов В.Г.* Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984. 264 с.

18. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Лань, 2009. 608 с.

19. *Самарский А.А., Вабишевич П.Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: УРСС, 2004. 478 с.

20. Федеральные государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования по направлениям подготовки бакалавриата. URL: http://минобрнауки.рф/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/924

21. Федеральные государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования по направлению магистратуры. URL: http://fgosvo.ru/fgosvpo/8/6/2/30

Literatura

1. *Algazin S.D.* Chislenny'e algoritmy' bez nasy'shheniya v klassicheskix zadachax matematicheskoj fiziki. M.: Nauchny'j Mir, 2002. 155 s.

2. *Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Kamalova G.B.* Obuchenie budushhix uchitelej matematiki i informatiki obratny'm zadacham dlya differencial'ny'x uravnenij // Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Seriya «Informatika i informatizaciya obrazovaniya». 2014. № 3 (29). S. 57–69.

3. *Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Kamalova G.B., Akimzhan N.Sh.* Sistema komp'yuternoj matematiki Mathcad pri obuchenii studentov vuzov obratny'm zadacham dlya oby'knovenny'x differencial'ny'x uravnenij // Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Seriya «Informatika i informatizaciya obrazovaniya». 2015. № 2 (32). S. 102–115.

4. *Denisov A.M.* Vvedenie v teoriyu obratny'x zadach: uchebnoe posobie. M.: Izd-vo MGU im. M.V. Lomonosova, 1994. 207 s.

5. *D'yachenko V.F.* Osnovny'e ponyatiya vy'chislitel'noj matematiki. M.: Nauka, 1972. 120 s.

6. *Kabanixin S.I.* Proekcionno-raznostny'e metody' opredeleniya koe'fficientov giperbolicheskix uravnenij. Novosibirsk: Nauka, Sibirskoe otdelenie, 1988. 166 s.

7. *Kabanixin S.I.* Obratny'e i nekorrektny'e zadachi: uchebnik dlya studentov vuzov. Novosibirsk: Sibirskoe nauchnoe izdatel'stvo, 2009. 458 c.

8. *Kabanixin S.I., Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Sholpanbaev B.B., Akimzhan N.Sh.* Korrektny'e i nekorrektny'e zadachi dlya SLAU: analiz i metodika prepodavaniya // Sibirskie e'lektronny'e matematicheskie izvestiya. (URL: http://semr.math.nsc.ru ISSN 1813-3304. UDK 519.62. MSC 65M32). 2015. T. 12. S. 255–263.

9. *Kornilov V.S.* Nekotory'e obratny'e zadachi identifikacii parametrov matematicheskix modelej: uchebnoe posobie. M.: MGPU, 2005. 359 s.

10. *Kornilov V.S.* Obrazovatel'ny'e e'lektronny'e resursy' v obuchenii obratny'm zadacham dlya differencial'ny'x uravnenij // E'lektronny'e obrazovatel'ny'e izdaniya i resursy'. Teoriya i praktika: Byulleten' Centra informatiki i informacionny'x texnologij v obrazovanii Instituta soderzhaniya i metodov obucheniya Rossijskoj akademii obrazovaniya. Vy'p. 1. M.: ISMO RAO, 2006. S. 30–36.

11. *Kornilov V.S.* Istoriya razvitiya vy'chislitel'noj matematiki — komponenta gumanitarnogo potenciala obucheniya chislenny'm metodam // Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby' narodov. Seriya «Informatizaciya obrazovaniya». 2010. № 4. S. 77–84.

12. *Kornilov V.S.* Teoreticheskie osnovy' informatizacii prikladnogo matematicheskogo obrazovaniya: monografiya. Voronezh: Nauchnaya kniga, 2011. 140 s.

13. *Kornilov V.S.* Rol' uchebny'x kursov informatiki v obuchenii studentov vuzov chislenny'm metodam // Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby' narodov. Seriya «Informatizaciya obrazovaniya». 2011. № 3. S. 24–27.

14. *Kornilov V.S.* Obratny'e zadachi v soderzhanii obucheniya prikladnoj matematike // Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby' narodov. Seriya «Informatizaciya obrazovaniya». 2014. № 2. S. 109–118.

15. *Kornilov V.S.* Obuchenie studentov obratny'm zadacham dlya differencial'ny'x uravnenij kak faktor formirovaniya kompetentnosti v oblasti prikladnoj matematiki // Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby' narodov. Seriya «Informatizaciya obrazovaniya». 2015. № 1. S. 63–72.

16. *Romanov V.G.* Obratny'e zadachi dlya differencial'ny'x uravnenij. Novosibirsk: NGU, 1973. 252 s.

17. *Romanov V.G.* Obratny'e zadachi matematicheskoj fiziki. M.: Nauka, 1984. 264 s.

18. *Marchuk G.I.* Metody' vy'chislitel'noj matematiki. M.: Lan', 2009. 608 s.

19. *Samarskij A.A., Vabishevich P.N.* Chislenny'e metody' resheniya obratny'x zadach matematicheskoj fiziki. M.: URSS, 2004. 478 c.

20. Federal'ny'e gosudarstvenny'e obrazovatel'ny'e standarty' vy'sshego professional'nogo obrazovaniya po napravleniyam podgotovki bakalavriata. URL: http://minobrnauki.rf/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/924

21. Federal'ny'e gosudarstvenny'e obrazovatel'ny'e standarty' vy'sshego professional'nogo obrazovaniya po napravleniyu magistratury'. URL: http://fgosvo.ru/fgosvpo/8/6/2/30

V.S. Kornilov

Implementation of Methods of Computational Mathematics at Training Students Inverse Problems for Differential Equations

The article draws attention to the fact that during training the inverse problems for differential equations at the bachelors and master students the fundamental knowledge is formed in the field of methods of computational mathematics by which a variety of applied mathematical problems can be studied. The author gives the statements of educational inverse problems for differential equations, for the study of which finite-difference methods of computational mathematics are used, as well as a brief outline of their research.

Keywords: teaching inverse problems for differential equations; methods of computational mathematics; bachelor; master student.